

Lietuvos mokinių matematikos olimpiada
Rajono (miesto) etapo užduotys 9-10 klasei
2018 m.

1 uždavinys. Įrodykite, kad

- a) kiekvienas natūralusis skaičius a ;
- b) kiekvienas teigiamas racionalusis skaičius a

yra lygus natūraliojo skaičiaus penktojo laipsnio ir natūraliojo skaičiaus trečiojo laipsnio santykiui, t. y. kad $a = b^5 : c^3$, kur b ir c yra natūralieji skaičiai.

2 uždavinys. Adomas turi keletą akmenėlių (nebūtinai vienodos masės). Žinoma, kad šiuos akmenėlius galima padalyti į tris vienodos masės krūveles. Be to, Adomo turimus akmenėlius galima padalyti ir į keturias vienodos masės krūveles. (Krūvelę gali sudaryti ir lygiai vienas akmenėlis.)

- a) Kiek mažiausiai akmenėlių gali turėti Adomas?
- b) Kiek mažiausiai akmenėlių gali turėti Adomas, jei visų akmenėlių masės yra skirtingos?

3 uždavinys. Duoti keturi dviženkliai skaičiai \overline{AA} , \overline{BB} , \overline{AB} ir \overline{BA} , kur A ir B yra nenuliniai skaitmenys. Žinoma, kad kažkurių trijų iš šių dviženklių skaičių suma lygi 147. Raskite visas galimas reiškinio $A^B + 2 \cdot \overline{AB} - B^A$ teigiamas reikšmes.

4 uždavinys. Taškas E yra stačiakampio $ABCD$ trumpesniosios kraštinės AB vidurio taškas. Atkarpoje ED pažymėtas toks taškas F , kad $\angle EFC = 90^\circ$. Įrodykite, kad trikampis CBF yra lygiašonis.

5 uždavinys. Natūralieji skaičiai x ir y tenkina lygybę

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{120}.$$

- a) Kiek iš viso yra tokių porų (x, y) ?
- b) Raskite didžiausią pirminį skaičių, iš kurio gali dalytis skaičius x .

5 uždavinys vertinamas 7 taškais, kiekvienas iš likusių uždavinių vertinamas 5 taškais.

Lietuvos mokinių matematikos olimpiada
Rajono (miesto) etapo užduočių 9-10 klasei sprendimai
2018 m.

1 uždavinys. Įrodykite, kad

- a) kiekvienas natūralusis skaičius a ;
- b) kiekvienas teigiamas racionalusis skaičius a

yra lygus natūraliojo skaičiaus penktojo laipsnio ir natūraliojo skaičiaus trečiojo laipsnio santykiui, t. y. kad $a = b^5 : c^3$, kur b ir c yra natūralieji skaičiai.

Sprendimas. a) dalyje galima imti $b = a^2$ ir $c = a^3$. Tada $b^5 : c^3 = a^{10} : a^9 = a$. Tačiau galima iš karto spręsti b) dalį, nes a) dalis yra atskiras b) dalies atvejis.

Teigiamas racionalusis skaičius a gali būti užrašytas $a = \frac{m}{n}$, kur m ir n – natūralieji skaičiai. Pamėginkime skaitiklį ir vardiklį padauginti iš to paties skaičiaus $m^x n^y$, kur x ir y – natūralieji skaičiai, taip, kad naujieji skaitiklis $m^{x+1} n^y$ ir vardiklis $m^x n^{y+1}$ būtų atitinkamai penktasis ir trečiasis natūraliojo skaičiaus laipsniai. Tam pakanka, kad laipsnių rodikliai $x + 1$ ir y dalytųsi iš 5, o x ir $y + 1$ – iš 3. Tinka $x = 9$, $y = 5$. Tada

$$\frac{m}{n} = \frac{m^{10} n^5}{m^9 n^6} = \frac{(m^2 n)^5}{(m^3 n^2)^3}.$$

2 uždavinys. Adomas turi keletą akmenėlių (nebūtinai vienodos masės). Žinoma, kad šiuos akmenėlius galima padalyti į tris vienodos masės krūveles. Be to, Adomo turimus akmenėlius galima padalyti ir į keturias vienodos masės krūveles. (Krūvelę gali sudaryti ir lygiai vienas akmenėlis.)

- a) Kiek mažiausiai akmenėlių gali turėti Adomas?
- b) Kiek mažiausiai akmenėlių gali turėti Adomas, jei visų akmenėlių masės yra skirtingos?

Sprendimas. a) Nesunku įsitikinti, kad Adomas gali turėti 6 akmenėlius – tris 3 g masės ir tris 1 g masės:

$$(3 + 1) + (3 + 1) + (3 + 1) = 3 + 3 + 3 + (1 + 1 + 1).$$

Įrodysime, kad Adomas negali turėti mažiau akmenėlių. Iš tikrųjų, tarkime, kad Adomas turi mažiau negu 6 akmenėlius. Pagal sąlygą šiuos akmenėlius galima padalyti į tris vienodos masės krūveles. Bent vienoje iš jų yra tik vienas akmenėlis (kitaip akmenėlių iš viso būtų mažiausiai $2 + 2 + 2 = 6$), o jo masė lygi trečdaliui bendros visų akmenėlių masės. Šio akmenėlio negali būti jokioje iš keturių vienodos masės krūvelių,

nes kiekvienos iš jų masė tėra ketvirtadalis bendros masės. Vadinasi, nepavyks visų akmenėlių padalyti į keturias reikiamas krūveles. Gauta prieštara rodo, kad Adomas turi mažiausiai 6 akmenėlius.

b) Jei akmenėlių masės skirtingos, tai Adomas negali turėti šešių ar mažiau akmenėlių. Tarkime priešingai. Pagal sąlygą akmenėlius galima suskirstyti į 4 vienodos masės krūveles. Bent dviejose krūvelėse yra tik po vieną akmenėlį (kitaip akmenėlių iš viso būtų mažiausiai $1 + 2 + 2 + 2 = 7$), tada šių dviejų akmenėlių masės vienodos. Gauta prieštara rodo, kad Adomas turi mažiausiai 7 akmenėlius. Kita vertus, Adomas gali turėti lygiai 7 akmenėlius, kurių masės, pavyzdžiui, yra 1 g, 3 g, 4 g, 5 g, 6 g, 8 g ir 9 g:

$$(1 + 5 + 6) + (3 + 9) + (4 + 8) = (1 + 8) + (3 + 6) + (4 + 5) + 9.$$

Ats.: a) 6; b) 7.

3 uždavinys. Duoti keturi dviženkliai skaičiai \overline{AA} , \overline{BB} , \overline{AB} ir \overline{BA} , kur A ir B yra nenuliniai skaitmenys. Žinoma, kad kažkurių trijų iš šių dviženklių skaičių suma lygi 147. Raskite visas galimas reiškinių $A^B + 2 \cdot \overline{AB} - B^A$ teigiamas reikšmes.

Sprendimas. Jei dviženklis skaičius X , neįskaičiuotas į sumą, lygią 147, yra \overline{AA} , tai skaičiui 147 turi būti lygi likusių dviženklių skaičių suma

$$\overline{BB} + \overline{AB} + \overline{BA} = 10B + B + 10A + B + 10B + A = 11(A + 2B).$$

Matome, kad suma dalijasi iš 11. Kita vertus, skaičius $147 = 13 \cdot 11 + 4$ nesidalija iš 11. Todėl $X \neq \overline{AA}$. Analogiškai įrodoma, kad $X \neq \overline{BB}$.

Vadinasi, $X = \overline{AB}$ arba $X = \overline{BA}$.

Kai $X = \overline{AB}$, tai

$$\overline{AA} + \overline{BB} + \overline{BA} = 147,$$

$$21B + 12A = 147.$$

Abi lygybės pusės padaliję iš 3, gauname $7B + 4A = 49$. Skaičius $4A = 49 - 7B = 7(7 - B)$ dalijasi iš 7. Todėl skaitmuo A dalijasi iš 7. Kadangi $A \neq 0$, tai $A = 7$. Iš lygybės $7B + 4A = 49$ randame, kad $B = 3$. Kita vertus, skaičiai 77, 33, 73 ir 37 tenkina uždavinio sąlygą: $77 + 33 + 37 = 147$.

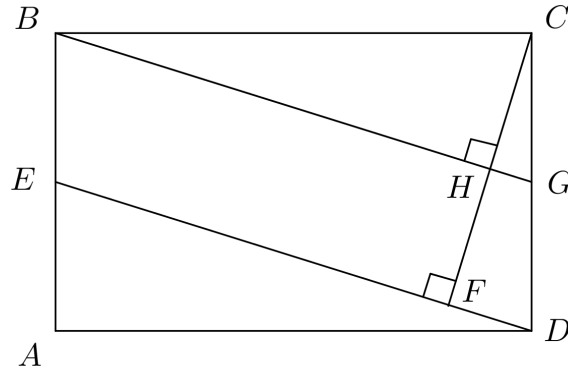
Kai $X = \overline{BA}$, analogiškai gausime $A = 3$, $B = 7$.

Jei $A = 7$ ir $B = 3$, tai reiškinių $A^B + 2 \cdot \overline{AB} - B^A$ reikšmė lygi $-1698 < 0$. Jei $A = 3$ ir $B = 7$, tai reiškinių $A^B + 2 \cdot \overline{AB} - B^A$ reikšmė lygi 1918.

Ats.: 1918.

4 uždavinys. Taškas E yra stačiakampio $ABCD$ trumpesniosios kraštinės AB vidurio taškas. Atkarpoje ED pažymėtas toks taškas F , kad $\angle EFC = 90^\circ$. Įrodykite, kad trikampis CBF yra lygiašonis.

Sprendimas. Kraštinės CD vidurio tašką pažymėkime G , o tiesių BG ir CF susikirtimo tašką pažymėkime H (žr. pav.). Tada $CG = GD$.



Statieji trikampiai BCG ir DAE yra lygūs, nes $BC = DA$, $CG = AE$ ir $\angle BCG = \angle DAE = 90^\circ$. Todėl

$$\angle BGC = \angle DEA = 90^\circ - \angle EDA = \angle CDE.$$

Vadinasi, tiesės BG ir ED yra lygiagrečios (pagal atitinkamuosius kampus). Kadangi $CG = GD$ ir $HG \parallel FD$, tai HG – trikampio DFC vidurio linija. Todėl $CH = HF$. Be to, $\angle BHC = \angle EFC = 90^\circ$ (atitinkamieji kampai). Vadinasi, trikampio CBF aukštinė BH yra ir jo pusiaukraštinė. Todėl trikampis CBF yra lygiašonis.

5 uždavinys. Natūralieji skaičiai x ir y tenkina lygybę

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{120}.$$

- Kiek iš viso yra tokių porų (x, y) ?
- Raskite didžiausią pirminį skaičių, iš kurio gali dalytis skaičius x .

Sprendimas. a) Tarkime, kad natūraliųjų skaičių pora (x, y) tenkina duotąją lygtį. Kadangi $\frac{1}{120} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} > \frac{1}{x}$, tai $x > 120$. Duotąją lygtį galima pervarkyti:

$$y = 120 + \frac{120^2}{x - 120} \quad \text{arba} \quad (x - 120)(y - 120) = 120^2.$$

Vadinasi, $d = x - 120 > 0$ yra skaičiaus 120^2 natūralusis daliklis. Kita vertus, jei turime natūralųjį skaičiaus 120^2 daliklį d , tai, pasirinkę $x = d + 120$ ir radę $y = 120 + \frac{120^2}{d}$, gausime pertvarkytos, o todėl ir pradinės lygties natūralųjį sprendinį (x, y) . Vadinasi, sprendinių (x, y) skaičius lygus skaičiaus 120^2 natūraliųjų daliklių skaičiui. Kadangi

$120^2 = 2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2$, tai skaičiaus 120^2 natūralieji dalikliai yra skaičiai $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$, kur $a = 0, 1, \dots, 6$, $b = 0, 1, 2$, $c = 0, 1, 2$. Tokių skaičių yra $(6 + 1)(2 + 1)(2 + 1) = 63$. Vadinasi, yra lygiai 63 poros (x, y) , tenkinančios uždavinio sąlygą.

b) Pora $(122, 7320)$ gaunama, lygybėse $x = 120 + d$ ir $y = 120 + \frac{120^2}{d}$ paėmus $d = 2$. Ji tenkina uždavinio sąlygą ir pirminis skaičius 61 dalija $x = 122 = 2 \cdot 61$.

Tarkime, kad pora (x, y) tenkina sąlygą ir pirminis skaičius $p > 61$ dalija x . a) dalyje gavome, kad $x = 120 + d$, kur d yra skaičiaus 120^2 natūralusis daliklis. Tada $d = d_1 d_2$, kur d_1 ir d_2 yra skaičiaus 120 natūralieji dalikliai, ir

$$x = 120 + d = 120 + d_1 d_2 = d_2 \left(\frac{120}{d_2} + d_1 \right).$$

Skliaustuose esantys du dėmenys taip pat yra skaičiaus 120 natūralieji dalikliai. Jų didžiausią bendrąjį daliklį pažymėkime t . Tada $\frac{120}{d_2} = t a_1$ ir $d_1 = t a_2$, kur a_1 ir a_2 yra tarpusavyje pirminiai skaičiai. Taigi,

$$x = d_2 \left(\frac{120}{d_2} + d_1 \right) = d_2 t (a_1 + a_2).$$

Skaičiai d_2 ir t yra skaičiaus 120 dalikliai ir iš $p > 61$ nesidalija. Todėl suma $a_1 + a_2$ dalijasi iš p .

Kadangi a_1 ir a_2 yra tarpusavyje pirminiai skaičiaus 120 dalikliai, tai 120 dalijasi iš $a_1 a_2$ ir todėl $a_1 a_2 \leq 120$. Nemažindami bendrumo, laikykime, kad $a_1 \leq a_2$.

Jei $a_1 \geq 11$, tai $a_1 a_2 \geq 11^2 > 120$, todėl $a_1 \leq 10$.

Jei $a_1 \geq 3$, tai $61 < p \leq a_1 + a_2 \leq a_1 + \frac{120}{a_1} \leq 10 + \frac{120}{3} < 61$. Todėl $a_1 \leq 2$.

Jei $a_1 = 1$ arba 2 , tai $a_2 \geq p - a_1 > 61 - a_1 \geq 59$, todėl $a_2 = 60$ arba $a_2 = 120$. Tačiau nė viena iš sumų $60 + 1$, $60 + 2$, $120 + 1$, $120 + 2$ neturi pirminio daliklio, didesnio už 61. Gavome prieštarą.

Taigi, didžiausias galimas skaičiaus x pirminis daliklis lygus 61.

Ats.: a) 63; b) 61.

Lietuvos mokinių matematikos olimpiada
Rajono (miesto) etapo užduočių 11 - 12 klasei sprendimai
2018 m.

1 uždavinys. Įrodykite, kad

- a) kiekvienas natūralusis skaičius a ;
- b) kiekvienas teigiamas racionalusis skaičius a

yra lygus natūraliojo skaičiaus penktojo laipsnio ir natūraliojo skaičiaus trečiojo laipsnio santykiui, t. y. kad $a = b^5 : c^3$, kur b ir c yra natūralieji skaičiai.

Sprendimas. a) dalyje galima imti $b = a^2$ ir $c = a^3$. Tada $b^5 : c^3 = a^{10} : a^9 = a$. Tačiau galima iš karto spręsti b) dalį, nes a) dalis yra atskiras b) dalies atvejis.

Teigiamas racionalusis skaičius a gali būti užrašytas $a = \frac{m}{n}$, kur m ir n – natūralieji skaičiai. Pamėginkime skaitiklį ir vardiklį padauginti iš to paties skaičiaus $m^x n^y$, kur x ir y – natūralieji skaičiai, taip, kad naujieji skaitiklis $m^{x+1} n^y$ ir vardiklis $m^x n^{y+1}$ būtų atitinkamai penktasis ir trečiasis natūraliojo skaičiaus laipsniai. Tam pakanka, kad laipsnių rodikliai $x + 1$ ir y dalytųsi iš 5, o x ir $y + 1$ – iš 3. Tinka $x = 9$, $y = 5$. Tada

$$\frac{m}{n} = \frac{m^{10} n^5}{m^9 n^6} = \frac{(m^2 n)^5}{(m^3 n^2)^3}.$$

2 uždavinys. Palei sieną išrikiuotos kelios pintinės su uogomis (daugiau nei viena pintinė, ir visos netuščios). Kairiausioje pintinėje yra a uogų, o kiekvienoje kitoje pintinėje – viena uoga daugiau nei gretimoje pintinėje iš kairės. Iš viso pintinėse yra 8668 uogos. Raskite visų galimų skaičiaus a natūraliųjų reikšmių sumą.

(Žinoma, kad $8668 = 44 \cdot 197$, kur skaičius 197 pirminis.)

Sprendimas. Reikia nustatyti, kurioms natūraliosioms reikšmėms a ir k galioja

$$8668 = a + (a + 1) + \dots + (a + k) = \frac{(2a + k)(k + 1)}{2},$$

arba $(2a + k)(k + 1) = 17336 = 2^3 \cdot 11 \cdot 197$.

Jei $k + 1$ dalijasi iš pirminio skaičiaus 197, tai $2a + k > k + 1 \geq 197$ ir $(2a + k)(k + 1) > 197^2 > 2^3 \cdot 11 \cdot 197$. Todėl $k + 1$ iš 197 nesidalija ir yra skaičiaus $2^3 \cdot 11$ daliklis, t. y. $k + 1 = 2, 4, 8, 11, 22, 44$ arba 88. Skaičius $2a + k = (k + 1) + (2a - 1)$ turi būti kito lyginumo nei $k + 1$, todėl tinka tik $k + 1 = 8, 11$ arba 88. Tada atitinkamai $a = 1080, 783$ arba 55. Šių reikšmių tikrinti nebūtina, pastebėjus, kad jos kartu su atitinkamomis k reikšmėmis tenkina lygybę $(2a + k)(k + 1) = 17336$, iš kurios jos ir randamos.

Šių reikšmių suma lygi $1080 + 783 + 55 = 1918$.

Ats.: 1918.

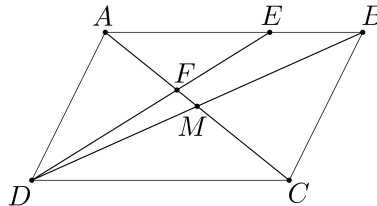
3 uždavinys. Alfredas, Albertas ir Alvydas nusipirko šachmatų lentą ir lošia šachmatais, pasikeisdami pagal tokią taisyklę: dviem iš jų sulošus partiją, kitą iš eilės partiją lošia nugalėtojas ir likęs trečiasis žaidėjas. Vieną dieną Alfredas sulošė 15 partijų, Albertas – 14 partijų, o Alvydas – 9 partijas (lygiųjų nepasitaikė). Kas tą dieną lošė tryliktąją partiją? Kelias partijas Alvydas tą dieną laimėjo?

Sprendimas. Kiekvieną partiją lošė du žaidėjai, todėl iš viso sulošta $\frac{15+14+9}{2} = 19$ partijų. Žaidėjas, nelošęs kurios nors partijos, tolimesnėje partijoje dalyvauja, todėl bet kuriose dviejose viena po kitos loštose partijose dalyvavo visi trys žaidėjai. Pirmąsias 18 partijų galima suskirstyti į 9 poras: 1-oji ir 2-oji, 3-ioji ir 4-oji, ..., 17-oji ir 18-oji. Alvydas sulošė tik 9 partijas, todėl kiekvienoje partijų poroje dalyvavo po lygiai vieną kartą, o paskutinės partijos jis nelošė. Analogiškai, jis nelošė ir 1-osios partijos. Bet tada jis tikrai lošė 2-ąją, nelošė 3-iosios, lošė 4-ąją, ir t. t. Jis lošė tik partijas su lyginiais eilės numeriais ir kaip laimėtojas nelošė jokios partijos su nelyginiu eilės numeriu. Vadinasi, Alvydas nelaimėjo nė vienos partijos, o 13-ąją partiją lošė Alfredas ir Albertas.

Ats.: 13-ąją partiją lošė Alfredas ir Albertas; Alvydas nelaimėjo nė vienos partijos.

4 uždavinys. Lygiagretainio $ABCD$ kraštinėje AB pažymėtas toks taškas E , kad $BC + BE = CD$. Lygiagretainio įstrižainės kertasi taške M . Atkarpos DE ir AM kertasi taške F . Įrodykite, kad $2FM \cdot EA = FA \cdot EB$.

Sprendimas.



Pažymėkime $\alpha = \angle ADE$.

Kadangi $AE = AB - BE = AB - (CD - BC) = AB - (AB - AD) = AD$, tai trikampis ADE lygiašonis ir jo kampai lygūs $\angle ADE = \angle AED = \alpha$ bei $\angle DAE = 180^\circ - 2\alpha$. Tačiau tada $\angle ADC = 180^\circ - \angle DAB = 2\alpha$ (kraštinės AB ir CD lygiagrečios) ir $\angle FDC = \angle ADC - \angle ADE = 2\alpha - \alpha = \alpha = \angle FDA$. Todėl atkarpa DF yra trikampio ADC pusiaukampinė. Pagal pusiaukampinės savybę turime $FC : FA = DC : DA$. Lygiagretainio įstrižainės dalija viena kitą pusiau, todėl $FM = FC - MC = FC - \frac{1}{2}(FA + FC) = \frac{1}{2}(FC - FA)$ ir $2FM : FA = (FC - FA) : FA = FC : FA - 1 = DC : DA - 1$. Kita vertus, $EB : EA = (CD - BC) : DA = (DC - DA) : DA = DC : DA - 1$. Vadinasi, $2FM : FA = EB : EA$ ir $2FM \cdot EA = FA \cdot EB$.

5 uždavinys. Duoti natūralusis skaičius n ir pirminis skaičius $p < 10\,000$. Lygtis

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{n^p}$$

turi lygiai 1009^{2018} natūraliųjų sprendinių (x, y) . Raskite visas galimas p reikšmes. (Skaičius 1009 yra pirminis.)

Sprendimas. Pastebėkime, kad jei lygtyje $0 < x \leq n^p$, tai $\frac{1}{y} \leq 0$. Vadinasi, jei (x, y) yra duotosios lygties natūralusis sprendinys, tai $x > n^p$.

Duotąją lygtį galima pertvarkyti:

$$(x - n^p)(y - n^p) = n^{2p} \quad \text{arba} \quad y = n^p + \frac{n^{2p}}{x - n^p}.$$

Vadinasi, $d = x - n^p > 0$ yra skaičiaus n^{2p} daliklis. Kita vertus, jei turime natūralųjį skaičiaus n^{2p} daliklį d , tai, pasirinkę $x = d + n^p$ ir radę $y = n^p + \frac{n^{2p}}{d}$, gausime pertvarkytos, o todėl ir pradinės lygties natūralųjį sprendinį (x, y) . Taigi, duotoji lygtis turi tiek sprendinių, kiek skaičius n^{2p} turi natūraliųjų daliklių d . Turime rasti p reikšmes, kurioms skaičius n^{2p} gali turėti lygiai 1009^{2018} daliklių. Jei skaičiaus n skaidinys pirminiais daugikliais yra $n = p_1^{\alpha_1} \dots p_m^{\alpha_m}$, tai n^{2p} turi $(2p\alpha_1 + 1) \dots (2p\alpha_m + 1)$ natūraliųjų daliklių.

Imkime $m = 1009$ ir $\alpha_1 = \dots = \alpha_m = \alpha$. Tada $2p\alpha + 1 = 1009^2$, ir p gali būti skaičiaus $(1009^2 - 1) : 2 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 101$ bet kuris pirminis daliklis: $p = 2, 3, 5, 7$ arba 101. Skaičius n su $m = 1009$ ir atitinkamu α visada egzistuos: pvz., p_1, p_2, \dots gali būti pirmieji 1009 pirminiai skaičiai.

Jei $(2p\alpha_1 + 1) \dots (2p\alpha_m + 1) = 1009^{2018}$, tai reikšmės $2p\alpha_i + 1$ yra skaičiaus 1009 (natūralieji) laipsniai (skaičius 1009 pirminis). Taigi, egzistuoja toks skaičiaus 1009 laipsnis, kuris dalijasi iš $2p$ su liekana 1. Mažiausią tokį natūralųjį laipsnį pažymėkime 1009^a . Sekoje $1009, 1009^2, \dots$ liekanos moduli $2p$ kartojasi cikliška, todėl su liekana 1 dalijasi tik $1009^a, 1009^{2a}, \dots$. Tada visi skaičiai $2p\alpha_i + 1$ yra skaičiaus 1009^a laipsniai ir $1009^{2018} = 1009^{ab}$, kur skaičius b natūralusis. Skaičius a yra skaičiaus $2018 = 2 \cdot 1009$ daliklis: $a = 1, 2, 1009$ arba 2018.

Pirmaisiais dviem atvejais skaičius p dalija $(1009^2 - 1) : 2$, o šią situaciją jau išnagrinėjome. Pagal Mažąją Ferma teoremą laipsnis 1009^{p-1} priklauso sekai $1009^a, 1009^{2a}, \dots$, todėl $p - 1$ dalijasi iš a . Vadinasi, jei $a = 1009$ arba 2018, tai $p - 1$ dalijasi iš 1009. Tada $p = 1010, 2019, 3028, 4037, 5046, 6055, 7064, 8073, 9082$ (didesnės reikšmės per didelės). Tačiau nė vienas iš šių skaičių nėra pirminis (dalijasi iš 2, 3, 5 arba 11). Vadinasi, daugiau tinkamų p reikšmių nėra.

Ats.: $p = 2, 3, 5, 7$ arba 101.