2009 m. fizikos olimpiados II turo užduotys

XII klasė

1. Astronautas Mėnulyje nori sužinoti, į kokį aukštį jis sugeba mesti akmenį, bet neturi prietaiso aukščiui matuoti. Pasiūlykite du būdus, kaip galima nustatyti tą aukštį ir atsižvelgę į visas aplinkybes skaičiavimais įvertinkite, koks gali būti tas aukštis. (**10 *taškų***).

Sprendimas

Pirmas būdas. Vertikaliai mestas kūnas pakyla į aukštį $h = \frac{gt^2}{2}$ (**1 *taškas***). Išmatavę laiko tarpą $\boldsymbol{t}_1$ tarp kūno metimo ir jo kritimo momentų, pakilimo aukštį randame pagal formulę $h = \frac{g_M t_1^2}{8}$ (**1** ***taškas***). Čia $\boldsymbol{g}_{\mathrm{M}}$ – laisvojo kritimo pagreitis Mėnulyje.
Antras būdas. Iš energijos tvermės dėsnio aukštis, į kurį pakyla vertikaliai greičiu $\boldsymbol{v}$ mestas kūnas, $h = \frac{v^2}{2g}$ (**1 *taškas***). Maksimalus horizontalus atstumas, kuriuo galima numesti kūną, – $s = \frac{v^2}{g}$ (**2** ***taškai***). Matome, kad $h = 0{,}5s$ (**1 *taškas***). Išmatavę maksimalų atstumą galime rasti h.
Aukščio įvertinimas. Žemės sąlygomis treniruotas žmogus gali išmesti akmenį maždaug į 20 m aukšti (maždaug 7 aukštų namo aukštis). Vadinasi žmogus gali suteikti kūnui apie $v = 20$ m/s greitį (**1 *taškas***). Būtent suteiktas greitis lemia pakilimo aukštį. Astronautas Mėnulyje yra skafandre, kuris žymiai riboja jo judesius. Dėl to suteikiamas greitis gali sumažėti dvigubai iki $v_M = 10$ m/s. Laisvojo kritimo pagreitis Mėnulyje 6 kartus mažesnis negu Žemėje $g_M \approx 1{,}6$ m/s (**1 *taškas***). Tada kūno pakilimo aukštis $h = \frac{10^2}{2 \cdot 1{,}6} \approx 30$ m (**1 *taškas***). Metimo greičio įvertinimas Mėnulio sąlygomis padarytas su didele paklaida, tarkime apie 20%, tada $\Delta v \approx \pm 2$ m/s. Tokiu atveju minimalus aukštis $h_{\min} \approx 20$ m/s, o maksimalus – $h_{\text{maks}} \approx 45$ m/s (**1 *taškas***). Toks įvertinimų intervalas atrodo pakankamai pagrįstas.

2. Tūrio $V = 10^{-3}$ m^3 balione yra deguonies ir vandenilio molekulinių dujų mišinys. Jo temperatūra $T = 400$ K, o slėgis $p = 10^6$ Pa. Susprogus mišiniui balione liko tik vandens garai. Raskite pradinę vandenilio dujų masę. Universalioji dujų konstanta $R = 8{,}31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$. (**10 *taškų***).

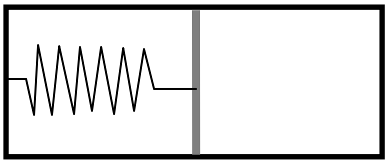
Sprendimas

Vandenilio molekulės sukelia dalinį slėgį $p_V = \frac{1}{V}\frac{m_V}{M_V}RT$. (**2 taškai**). Čia $M_V = 2\frac{\text{g}}{\text{mol}}$ – vandenilio molio masė.

Slėgį balione sukuria vandenilis ir deguonis $p = p_V + p_D \equiv \frac{RT}{V}\left(\frac{m_V}{M_V} + \frac{m_D}{M_D}\right)$ (**2 *taškai***).

Dujų molekulių skaičiaus santykį rasime iš vandenilio degimo formulės $2H_2 + O_2 = 2H_2O$ (**2** ***taškai***). Matome, kad mišinyje vandenilio molekulių buvo dukart daugiau negu deguonies molekulių. Šis santykis galioja ir molių skaičiams: $\frac{m_D}{M_D} = \frac{1}{2}\frac{m_V}{M_V}$ (**2 *taškai***). Vadinasi, $p = \frac{3}{2}\frac{RT}{V}\frac{m_V}{M_V}$. Iš čia $m_V = \frac{2pVM_V}{3RT} = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3} \cdot 2}{3 \cdot 8{,}31 \cdot 400} \approx 0{,}4$ (g). (**2 *taškai***)

3. Cilindro formos uždarame plonasieniame horizontaliame inde yra plonas masyvus stūmoklis. Vienoje cilindro dalyje yra dujos, o kitoje – spyruoklė. Stūmoklis paslenkamas nuo pusiausvyros padėties atstumu x, žymiai mažesniu negu dujų užimtos dalies ilgis. Per kiek laiko stūmoklis grįš į pusiausvyros padėtį? Stūmoklio masė M , spyruoklės standumo koeficientas k, o nedeformuotos spyruoklės ilgis sutampa su indo ilgiu. Dujose vykstančius procesus laikykite izoterminiais. (**10 *taškų***).



Sprendimas

Įvedame žymėjimus: S – cilindro skerspjūvio plotas, L – dujų užimtos dalies ilgis, p – dujų slėgis. Išnagrinėjame, kaip judės stūmoklis. Tam reikia nustatyti, kokios jėgos veikia stūmoklį. Pradžioje panagrinėkime pusiausvyros atvejį, kai dujų slėgio jėga yra lygi spyruoklės standumo jėgai, t.y. $F_p = F_k$, $F_p = Sp$, $F_k = kL$, nes spyruoklės deformacija lygi L. $F_k - F_p = 0$. Iš čia gauname $k = \frac{Sp}{L}$. (**2 *taškai***).

Paslinkus stūmoklį nedideliu atstumu x, atsiranda jėga, grąžinanti jį į pradinę padėtį. Tarkime, kad stūmoklis paslinktas į dešinę. Apskaičiuojame grąžinančią jėgą F: $F = F = F'_k - F'_p$. (**2 *taškai***).

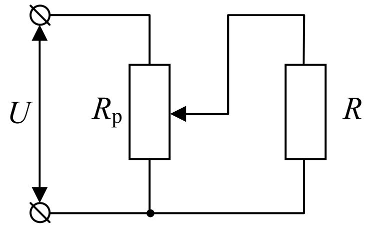
$F'_p = Sp'$, $pV = p'V'$, $\frac{V}{V'} = \frac{L}{L-x}$, $F'_p = Sp\frac{L}{L-x}$. (**1 *taškas***).

$F'_k = k(L-x)$. (**1 *taškas***). $F = Sp\frac{L}{L-x} - k(L-x)$, $F = Sp + Sp\frac{x}{L-x} - kL + kx$, (**1 *taškas***).

$F = F_p + Sp\frac{x}{L-x} - F_k + kx$, $F = Sp\frac{x}{L-x} + kx$. Kadangi $x << L$, $F = \left(\frac{Sp}{L} + k\right)x$ (**1 *taškas***). .

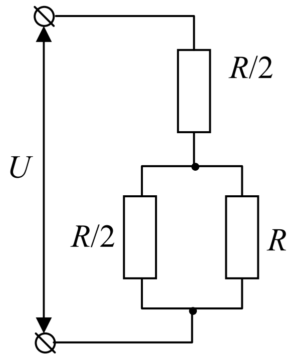
Matome, kad grąžinančios jėgos dydis yra tiesiog proporcingas nukrypimui x. Vadinasi, stūmoklis svyruos harmoniškai (**2 *taškai***) ir tam, kad grįžtų į pradinę padėtį, jam reikės ketvirčio periodo, t.y. $t = \frac{T}{4} = \frac{1}{4}2\pi\sqrt{\frac{M}{\frac{Sp}{L} + k}}$ arba $t = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{M}{2k}}$. (**2 *taškai***).

4. Apkrova, kurios varža R lygi nominaliai potenciometro varžai R_p, yra prijungta prie potenciometro slankiklio, esančio tiksliai ties jo viduriu. Kiek kartų pakis įtampa apkrovoje, jos varžą padidinus du kartus? (**10 *taškų***).



Sprendimas

Nubraižome ekvivalentinę schemą:



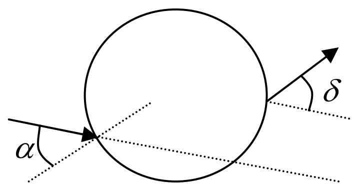
Atstojamoji grandinės varža bus $R_1 = \frac{R}{2} + \frac{R\frac{R}{2}}{R + \frac{R}{2}} = \frac{5}{6}R$. (**2 *taškai***). Tuomet $I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{6}{5}\frac{U}{R}$. (**1 *taškas***).

$U_R = U - U_1 = U - I_1\frac{R}{2} = U - \frac{6}{5}\cdot\frac{U}{R}\cdot\frac{R}{2} = \frac{2}{5}U$. (**1 *taškas***).

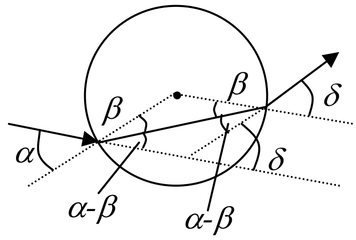
Kai apkrovos varža taps $2R$, tada $R_2 = \frac{R}{2} + \frac{2R\frac{R}{2}}{2R + \frac{R}{2}} = \frac{9}{10}R$, $I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{10}{9}\cdot\frac{U}{R}$, (**2 *taškai***).

$U_{2R} = U - I_2\frac{R}{2} = U - \frac{10}{9}\cdot\frac{U}{R}\cdot\frac{R}{2} = \frac{4}{9}U$. (**2 *taškai***). Iš čia $k = \frac{U_{2R}}{U_R} = \frac{\frac{4}{9}U}{\frac{2}{5}U} = \frac{10}{9} = 1{,}11$. (**2 *taškai***).

5. Šviesos spindulys krenta $\alpha = 30°$ kampu į rutulio formos vandens lašą. Apskaičiuokite kampą δ tarp kritusio ir išėjusio iš lašo spindulių, jei lašo lūžio rodiklis n = 1,52. (**10 *taškų***).



Sprendimas:



Iš spindulio simetriškos eigos per lašą brėžinio matyti, kad visuomet krentančio į lašą spindulio kritimo kampas lygus išeinančio iš lašo spindulio lūžio kampui, o krentančio į lašą spindulio lūžio kampas lygus išeinančio spindulio kritimo kampui (**2 *taškai***). Tada trikampis, kurį sudaro statmenys aplinkų riboms ir spindulys laše, bei trikampis, kurį sudaro spindulių tęsiniai ir spindulys laše, yra lygiašoniai (**2 *taškai***). Tada kampas tarp kritusio į lašą ir išėjusio iš lašo spindulių

$\delta = 2(\alpha - \beta)$ (**2 *taškai***). Iš spindulių lūžio dėsnio turime $\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$, (**2 *taškai***), tada

$\delta = 2\alpha - 2\arcsin\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right) = 21{,}6^0$ (**2 *taškai***).