2009 m. fizikos olimpiados II turo užduotys
XI klasė

1. Astronautas Mėnulyje nori sužinoti, į kokį aukštį jis sugeba mesti akmenį, bet neturi prietaiso aukščiui matuoti. Pasiūlykite du būdus, kaip galima nustatyti tą aukštį ir atsižvelgę į visas aplinkybes skaičiavimais įvertinkite, koks gali būti tas aukštis. (**10** ***taškų***).

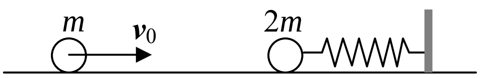
Sprendimas

Pirmas būdas. Vertikaliai mestas kūnas pakyla į aukštį $h = \frac{gt^2}{2}$ (**1** ***taškas***). Išmatavę laiko tarpą t_1 tarp kūno metimo ir jo kritimo momentų, pakilimo aukštį randame pagal formulę $h = \frac{g_M t_1^2}{8}$ (**1** ***taškas***). Čia g_M – laisvojo kritimo pagreitis Mėnulyje.

Antras būdas. Iš energijos tvermės dėsnio aukštis, į kurį pakyla vertikaliai greičiu v mestas kūnas, $h = \frac{v^2}{2g}$ (**1** ***taškas***). Maksimalus horizontalus atstumas, kuriuo galima numesti kūną, – $s = \frac{v^2}{g}$ (**2** ***taškai***). Matome, kad $h = 0{,}5s$ (**1** ***taškas***). Išmatavę maksimalų atstumą galime rasti h.

Aukščio įvertinimas. Žemės sąlygomis treniruotas žmogus gali išmesti akmenį maždaug į 20 m aukšti (maždaug 7 aukštų namo aukštis). Vadinasi žmogus gali suteikti kūnui apie $v = 20$ m/s greitį (**1** ***taškas***). Būtent suteiktas greitis lemia pakilimo aukštį. Astronautas Mėnulyje yra skafandre, kuris žymiai riboja jo judesius. Dėl to suteikiamas greitis gali sumažėti dvigubai iki $v_M = 10$ m/s. Laisvojo kritimo pagreitis Mėnulyje 6 kartus mažesnis negu Žemėje $g_M \approx 1{,}6$ m/s (**1** ***taškas***). Tada kūno pakilimo aukštis $h = \frac{10^2}{2\cdot 1{,}6} \approx 30$ m (**1** ***taškas***). Metimo greičio įvertinimas Mėnulio sąlygomis padarytas su didele paklaida, tarkime apie 20%, tada $\Delta v \approx \pm 2$ m/s. Tokiu atveju minimalus aukštis $h_{\min} \approx 20$ m/s, o maksimalus – $h_{\text{maks}} \approx 45$ m/s (**1** ***taškas***). Toks įvertinimų intervalas atrodo pakankamai pagrįstas.

2. Masės m rutuliukas greičiu v_0 atsitrenkia į esantį rimtyje masės $2m$ rutuliuką, pritvirtintą prie sienos per standumo k spyruoklę (žr. brėž.). Rutuliukų smūgis elastiškas ir labai trumpas, spyruoklė prieš smūgį nedeformuota, trinties nepaisyti. Koks kiekvieno rutuliuko greitis iš karto po smūgio? Kokia po smūgio prasidėjusių antrojo rutuliuko svyravimų amplitudė? (**10** ***taškų***).



Sprendimas

Tegul po smūgio pirmojo rutuliuko greitis v, antrojo – greitis u. Rutuliukų smūgiui pritaikome judėjimo kiekio ir energijos tvermės dėsnius:

$$\begin{cases} mv_0 = mv + 2mu \\ \dfrac{mv_0^2}{2} = \dfrac{mv^2}{2} + \dfrac{2mu^2}{2} \end{cases}.$$ (***po* 2 *taškus***)

Išsprendę sistemą gauname $v = -\frac{v_0}{3}$ (**1** ***taškas***), $u = \frac{2}{3}v_0$ (**1** ***taškas***). „-„ ženklas v atveju reiškia, kad pirmasis rutuliukas po smūgio pakeičia judėjimo kryptį ir juda atgal, o antrasis rutuliukas juda pradinio greičio v_0 kryptimi.

Svyravimų amplitudė x – tai dydis, kuriuo spyruoklė suspaudžiama iki antrojo rutuliuko sustojimo. Iš energijos tvermės antrajam rutuliukui $\frac{mu^2}{2} = \frac{kx^2}{2}$ (**2 *taškai***) ir gautosios u išraiškos surandame $x = \frac{2}{3} v_0 \sqrt{\frac{m}{k}}$ (**2 *taškai***) .

3. Tūrio $V = 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$ balione yra deguonies ir vandenilio molekulinių dujų mišinys. Jo temperatūra $T = 400\ \mathrm{K}$, o slėgis $p = 10^6\ \mathrm{Pa}$. Susprogus mišiniui balione liko tik vandens garai. Raskite pradinę vandenilio dujų masę. Universalioji dujų konstanta $R = 8{,}31 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol \cdot K}}$. (**10 *taškų***).

Sprendimas

Vandenilio molekulės sukelia dalinį slėgį $p_V = \frac{1}{V}\frac{m_V}{M_V}RT$. (**2 taškai**). Čia $M_V = 2\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$ – vandenilio molio masė.

Slėgį balione sukuria vandenilis ir deguonis $p = p_V + p_D \equiv \frac{RT}{V}\left(\frac{m_V}{M_V} + \frac{m_D}{M_D}\right)$ (**2 *taškai***).

Dujų molekulių skaičiaus santykį rasime iš vandenilio degimo formulės $2H_2 + O_2 = 2H_2O$ (**2 *taškai***). Matome, kad mišinyje vandenilio molekulių buvo dukart daugiau negu deguonies molekulių. Šis santykis galioja ir molių skaičiams: $\frac{m_D}{M_D} = \frac{1}{2}\frac{m_V}{M_V}$ (**2 *taškai***). Vadinasi, $p = \frac{3}{2}\frac{RT}{V}\frac{m_V}{M_V}$. Iš čia $m_V = \frac{2pVM_V}{3RT} = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3} \cdot 2}{3 \cdot 8{,}31 \cdot 400} \approx 0{,}4\ (\mathrm{g})$. (**2 *taškai***)

4. Kvadrato, kurio kraštinės ilgis a, viršūnėse padėti keturi įelektrinti rutuliukai, kurių krūvio absoliutinis didumas yra q, o krūvių ženklai nežinomi. Raskite visas galimas elektrinio lauko stiprio vertes kvadrato centre. (**10 *taškų***).

Sprendimas. Galimi tik keturi variantai: (a) visi krūviai vienodo ženklo, (b) trys vieno ženklo plius vienas kitoks, (c) du teigiami ir du neigiami krūviai, išdėstyti taip, kad vienodo ženklo krūviai stovi vienas šalia kito ir (d) yra po du vienodo ženklo krūvius, išdėstytus diagonaliai. (**4 *taškai***). Iš simetrijos akivaizdu, kad (a) ir (d) atveju suminis elektrinis laukas lygus nuliui. (**2 *taškai***). Likusiais dviem atvejais atstojamasis lauko stipris apskaičiuojamas tokiu būdu.

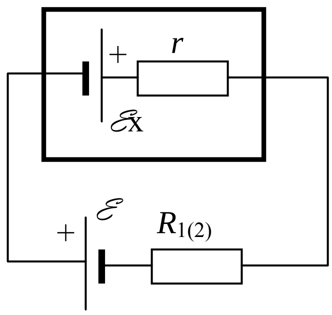
b) $E_b = 2\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a^2/2} = \frac{q}{\pi\varepsilon_0 a^2}$. (**2 *taškai***).

c) $E_c = \sqrt{2}E_b = \frac{\sqrt{2}q}{\pi\varepsilon_0 a^2}$. (**2 *taškai***).

5. Prie juodos dėžutės, turinčios du išvadus, prijungus $\mathcal{E} = 10$ V elektrovaros šaltinį su nuosekliai sujungtu $R_1 = 2\ \Omega$ varžos rezistoriumi, grandine teka $I_1 = 5$ A stiprio srovė. Jei rezistorius pakeičiamas kitu, turinčiu varžą $R_2 = 20\ \Omega$, grandine teka $I_2 = 2$ A stiprio srovė. Kas galėtų būti juodoje dėžutėje? (**10 *taškų***).

Sprendimas

Akivaizdu, kad dėžutėje turi būti elektrovaros šaltinis (duotasis elektrovaros šaltinis $\mathcal{E}$= 10 V esant varžai R_2 = 20 Ω net trumpo jungimo atveju gali užtikrinti tik 0,5 A stiprio srovę). Tarkime, kad dėžutėje bendru atveju be šaltinio, kurio elektrovara, pvz., $\mathcal{E}_x$, yra dar nuosekliai sujungtas rezistoius, kurio varža *r* (žr. brėž.) (**3 *taškai***) .



Užrašome Omo dėsnį uždarajai grandinei dviems atvejams ir išsprendžiame lygčių sistemą.

$$\begin{cases} \mathcal{E} + \mathcal{E}_x = I_1(R_1 + r) \\ \mathcal{E} + \mathcal{E}_x = I_2(R_2 + r) \end{cases}$$ (***po* 2 *taškus***).

Iš čia $r = \dfrac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{I_1 - I_2} = 2{,}5\Omega$ ir $\mathcal{E}_x = I_1(R_1 + r) - \mathcal{E} = 12{,}5\text{V}$ (**3 *taškai***).