57-iosios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados II turo uždavinių sprendimai 2008

10 klasė

1. Parduotuvės eskalatorius juda pastoviu greičiu v = 10 km/h. Vaikas užlipa ant eskalatoriaus ir pradeda judėti taip: vieną žingsnį žengia pirmyn ir du žingsnius atgal. Tokiu būdu eskalatoriumi į viršų jis pakyla per laiką t = 20 s. Per kiek laiko vaikas pakiltų į viršų, jei judėtų tokiu principu: du žingsniai į priekį ir vienas atgal? Vaiko ėjimo greitis eskalatoriaus atžvilgiu judant tiek į priekį, tiek atgal pastovus ir lygus u = 5 km/h. (**10** ***taškų***).

Sprendimas

Tarkime, kad vienas žingsnis atliekamas per laiką τ. Tada vaikas, eidamas pirmuoju būdu, per laiką 3τ pajuda Žemės atžvilgiu atstumu $s_1 = 3\tau v - u\tau$.(**2** ***taškai***)

Vidutinis vaiko greitis yra: $v_1 = \frac{s_1}{3\tau} = \frac{L}{t}$, čia L – eskalatoriaus ilgis (**2** ***taškai***). Iš čia : $L = \frac{3v-u}{3}t$. (**2** ***taškai***).

Judėdamas antruoju būdu, vaikas per laiką, lygų 3τ, pajuda atstumą $s_2 = 3\tau v + u\tau$. Šiuo atveju vidutinis greitis yra

$v_2 = \frac{S_2}{3\tau} = \frac{L}{t_1}$, čia t_1 ir yra ieškomasis laikas (**2** ***taškai***). Įrašę L išraišką gauname:

$$t_1 = \frac{3v-u}{3v+u}t = \frac{3\cdot 10-5}{3\cdot 10+5}\cdot 20 \approx 14\ \text{s}\,.$$ (**2** ***taškai***).

2. Grandinėje yra n = 10 lempų, sujungtų lygiagrečiai. Vienos lempos varža R_l = 400 Ω, o ateinančių į lempų junginį laidų varža R = 3,6 Ω. Nustatykite elektrinės galių, išsiskyrusių tik lempose ir visoje grandinėje, santykį. (**10** ***taškų***).

Sprendimas

Visų lygiagrečiai sujungtų lempų varža $R_L = R_l/n$ (**2** ***taškai***). Visos grandinės varža $R_G = R_L + R$ (**1** ***taškas***). Visoje grandinėje išsiskirianti galia $P_G = R_G I^2 = U^2/R_G$ (čia I – grandine tekančios srovės stipris, o U – tinklo įtampa) (**2** ***taškai***). Lempose išsiskirianti galia $P_L = R_L I^2 = R_L(U/R_G)^2$ (**2** ***taškai***). Taigi galių santykis

$$\frac{P_L}{P_G} = \frac{R_L}{R_G} = \frac{R_l}{R_l + nR} \approx 0{,}917$$ (**3** ***taškai***).

3. Vertikaliame cilindro formos inde, kurio pagrindo plotas S = 100 cm^2, yra V = 1 l sūraus vandens, kurio tankis $\rho_1 = 1{,}15\cdot 10^3$ kg/m^3. Į vandenį įleidžiamas ledas iš gėlo vandens. Ledo masė lygi m = 1 kg. Kaip pasikeis vandens lygis inde Δh, kai pusė ledo išsilydys? Tarti, kad vandenyje ištirpusi druska nekeičia vandens tūrio. (**15** ***taškų***)

Sprendimas:

Vandens lygio aukščio pasikeitimas $\Delta h = h_2 - h_1$, čia h_2 – vandens lygis išsilydžius pusei ledo, h_1 – vandens lygis tik įdėjus ledą į vandenį (**1** ***taškas***).

Išsilydžius ledui vanduo pasipildo gėlu vandeniu, todėl pasikeičia tiek vandens tūris, tiek jo tankis.

Pradinis vandens lygis $h_1 = \frac{V + V_1}{S}$ (**1** ***taškas***), o išsilydžius ledui – $h_2 = \frac{V + V' + V_2}{S}$ (**1** ***taškas***)' čia V – sūraus vandens tūris, V_1 – m masės ledo išstumtas vandens tūris, V_2 – išstumto vandens tūris, kai išsilydė pusė ledo, t.y. $m/2$, o V' – papildomo gėlo vandens tūris išsilydžius pusei ledo.

Šie tūriai lygūs:

$V_1 = m/\rho_1$, $V_2 = m/(2\rho_2)$, $V' = m/(2\rho)$, (**2 *taškai***)

čia ρ_1 – pradinis sūraus vandens tankis; ρ_2 – sūraus vandens tankis išsilydžius pusei ledo, o ρ – gėlo vandens tankis.

Vandens lygio aukščio pasikeitimas Δh lygus:

$$\Delta h = \frac{V_2 + V' - V_1}{S}, \quad \Delta h = \frac{m}{S}\left(\frac{1}{2\rho_2} + \frac{1}{2\rho} - \frac{1}{\rho_1}\right). \text{ (2 taškai)} \qquad (1)$$

Vandens tankis išsilydžius ledui ρ_2 lygus viso vandens masės santykiui ($\rho_1 V + m/2$) su visu vandens užimamu tūriu, kurį sudaro pradinis sūrus vanduo V ir ištirpusio gėlo vandens tūris $m/2\rho$, t.y. visas vandens užimamas tūris lygus ($V + m/2\rho$). Tada gauname, kad

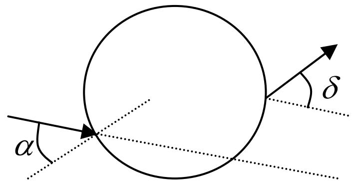
$$\rho_2 = \frac{\rho_1 V + \frac{1}{2}m}{V + \frac{m}{2\rho}}. \qquad \text{(4 taškai)} \qquad (2)$$

Įstatę (2) į (1) gauname:

$$\Delta h = \frac{m}{S}\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{V + \frac{m}{2\rho}}{V\rho_1 + \frac{1}{2}m} + \frac{1}{2\rho} - \frac{1}{\rho_1}\right) = \frac{1}{10^{-2}}\left(0{,}5\frac{10^{-3} + \frac{1}{2\cdot 10^3}}{10^{-3}\cdot 1{,}15\cdot 10^3 + 0{,}5} + 0{,}5 - \frac{1}{1{,}15\cdot 10^3}\right) \approx 8{,}5(\text{mm}).$$

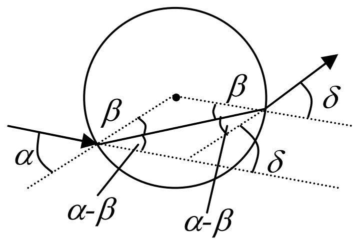
(**4 *taškai***)

4. Šviesos spindulys krenta $\alpha = 30°$ kampu į rutulio formos vandens lašą. Apskaičiuokite kampą δ tarp kritusio ir išėjusio iš lašo spindulių, jei lašo lūžio rodiklis n = 1,52. (**10 *taškų***).



Sprendimas:

Iš spindulio simetriškos eigos per lašą brėžinio matyti, kad visuomet krentančio į lašą spindulio kritimo kampas lygus išeinančio iš lašo spindulio lūžio kampui, o krentančio į lašą spindulio lūžio kampas lygus išeinančio spindulio kritimo kampui (**2 *taškai***). Tada trikampis, kurį sudaro statmenys aplinkų riboms ir spindulys laše, bei trikampis, kurį sudaro spindulių tęsiniai ir spindulys laše, yra lygiašoniai (**2 *taškai***). Tada kampas tarp kritusio į lašą ir išėjusio iš lašo spindulių



$\delta = 2(\alpha - \beta)$ (**2 *taškai***). Iš spindulių lūžio dėsnio turime $\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$,

(**2 *taškai***), tada $\delta = 2\alpha - 2\arcsin\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right) = 21{,}6^0$ (**2 *taškai***).