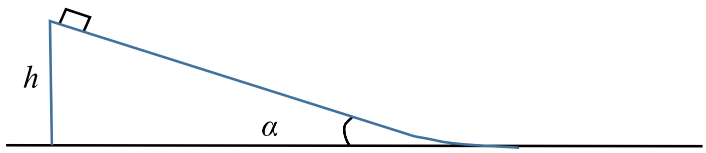
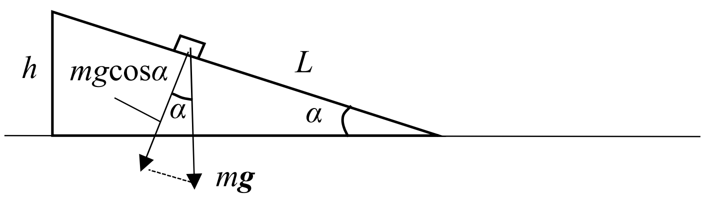
66-iosios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados rajono–miesto turas (2018 m.)

12 klasė

1. Nedidelis kūnas be pradinio greičio nuslysta nuožulniąja plokštuma, kurios papėdėje glotniai pasiekia horizontaliąją plokštumą, nepatirdamas smūgio, ir toliau juda ja, kol sustoja. Nuožulniosios plokštumos aukštis h = 2,0 m, o polinkio kampas $\alpha = 30°$. Kokį atstumą l įveikia kūnas horizontaliąja plokštuma, jei trinties koeficientas tiek su nuožulniąja, tiek su horizontaliąja plokštuma vienodas ir lygus $\mu = 0{,}16$?



Sprendimas



Braižome brėžinį. *(1 taškas)*

Iš energijos tvermės dėsnio surandame kūno greitį v papėdėje:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \mu mg\cos\alpha \cdot L,$$

čia m – kūno masė, $L = \dfrac{h}{\sin\alpha}$ - nuožulnios plokštumos ilgis. *(3 taškai)*

Iš čia po pertvarkymo $v = \sqrt{2gh\left(1 - \dfrac{\mu}{\mathrm{tg}\alpha}\right)}$. *(1 taškas)*

Įgytą kinetinę energiją kūnas sunaudoja, įveikdamas trinties jėgą, kai jis juda horizontaliąja plokštumą iki sustojimo, t.y.

$$\frac{mv^2}{2} = \mu mgl.$$ *(2 taškai)*

Įrašę gautą greičio išraišką surandame

$$l = h\left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mathrm{tg}\alpha}\right) = 2{,}0\left(\frac{1}{0{,}16} - \frac{1}{\mathrm{tg}30°}\right) \approx 9{,}0 \text{ m}.$$ *(3 taškai)*

2. Uždarame $V = 12{,}4\ \ell$ tūrio inde yra drėgnas oras, o ant dugno yra likę $m = 2{,}0\ \text{g}$ vandens, kai temperatūra $t = 100°\text{C}$, o slėgis $p = 200\ \text{kPa}$. Rasti oro kiekį inde moliais ν. Universalioji dujų konstanta $R = 8{,}31\ J \cdot K^{-1}\text{mol}^{-1}$, o $t = 100°\text{C}$ temperatūroje sočiųjų vandens garų slėgis $p_1 = 100\ \text{kPa}$, vandens tankis $\rho = 1\ \text{g/cm}^3$.

Sprendimas

Drėgno oro slėgį inde, kuriame po jo įkaitinimo yra dar likę vandens, sudaro sauso oro ir sočiųjų vandens garų slėgiai, atitinkamai p_0 ir p_1, t.y. jų suma (Daltono principas):

$$p = p_0 + p_1 .$$ *(2 taškai)*

Čia vandens sočiųjų garų slėgis $p_1 = 10^5\ \text{Pa}$ (atmosferos slėgis), kai temperatūra lygi $100°\text{C}$.

(2 taškai)

Sauso oro būvio lygtis, kai dalį indo tūrio (mūsų atveju itin mažą ir galėtume į tai net neatsižvelgti) užima ant dugno likęs vanduo:

$$(p - p_1)\left(V - \frac{m}{\rho}\right) = \nu RT .$$ *(3 taškai)*

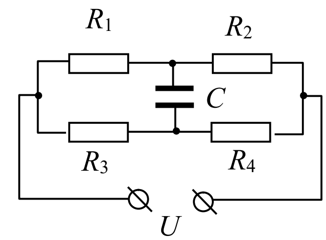
Čia $\rho = 1000\ \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ - vandens tankis.

Randame oro kiekį moliais:

$$\nu = \frac{p - p_1}{RT}\left(V - \frac{m}{\rho}\right),$$ *(2 taškai)*

$$\nu = \frac{(2-1)\cdot 10^5}{8{,}31 \cdot 371}\left(0{,}0124 - \frac{0{,}002}{1000}\right) \approx 0{,}4\ (\text{mol}),$$ *(1 taškas)*

3. Koks krūvis susikaupia kondensatoriuje C? Grandinės elementų parametrai nurodyti pav.



Sprendimas

Surandame kondensatoriaus įtampą, kuri lygi įtampų rezistoriuose, pvz., R_1 ir R_3, skirtumui (kondensatorius nuolatinės srovės grandinėse neturi įtakos, jei yra nusistovėjusi srovė). *(2 taškai)*

Ji lygi:

$$U_C = \frac{UR_1}{R_1 + R_2} - \frac{UR_3}{R_3 + R_4} = U\frac{R_1R_4 - R_2R_3}{(R_1 + R_2)R_3 + R_4}.$$ *(3 taškai)*

Krūvis kondensatoriuje lygus

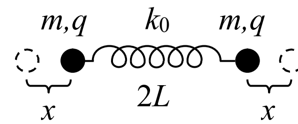
$$q = CU\frac{R_1R_4 - R_2R_3}{(R_1 + R_2)R_3 + R_4}.$$ *(3 taškai)*

Jei $R_1R_4 > R_2R_3$, viršutinioji kondensatoriaus plokštelė turi tokį potencialą, kokį turi dešinysis šaltinio U elektrodas. Antraip poliškumas priešingas. Jo ženklas atitinka viršutinės kondensatoriaus plokštelės poliškumui. Jei $R_1R_4 = R_2R_3$, krūvis kondensatoriuje lygus 0 – tai Vitstono tiltelio balanso sąlyga. Už analizę – *(2 taškai)*

4. Nuosavo ilgio L standumo k_0 elektrai nelaidžios spyruoklės galuose pritvirtinti du maži vienodos masės m rutuliukai. Abiem rutuliukams suteikus vienodus krūvius, spyruoklės ilgis padidėjo du kartus. Kokiu krūviu buvo įelektrinti rutuliukai? Parodykite, jog labai nežymiai išvedus rutuliukus iš pusiausvyros (pvz., papildomai ištempus spyruoklę), jie pradės harmoniškai svyruoti apie jų pusiausvyros padėtį. Koks yra šių svyravimų periodas? *Pastaba:* reikalui esant galite pasinaudoti apytiksliu sąryšiu $(1+x)^{-2} = 1-2x$ bet kokiam mažam $x \ll 1$.

Sprendimas:

Įelektrinus rutuliukus krūviais q, pusiausvyroje spyruoklės standumo jėga atsveria rutuliukų tarpusavio stūmos Kulono jėgą: $k_0(2L-L) = k\dfrac{q^2}{(2L)^2}$, čia k – elektros konstanta. Iš čia gauname rutuliukams suteiktus krūvius: $q = \sqrt{\dfrac{4k_0L^3}{k}}$. *(2 taškai)*



Išveskime dabar abu rutuliukus iš pusiausvyros padėties į skirtingas puses mažu atstumu $x \ll L$ bei apskaičiuokime, kokio didumo link pusiausvyros nukreipta jėga veiks kiekvieną iš rutuliukų. Kadangi dabar spyruoklė yra išsitempusi dydžiu $\Delta L = L + 2x$, dešinįjį rutuliuką veiks į kairę nukreipta tamprumo jėga $F_{\mathrm{T}} = k_0(L+2x)$ *(2 taškai)*

bei į dešinę nukreipta Kulono jėga $F_{\mathrm{K}} = k\dfrac{q^2}{(2L+2x)^2} = k\dfrac{q^2}{(2L)^2}\cdot\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{x}{L}\right)^2} \approx k\dfrac{q^2}{(2L)^2}\cdot\left(1-2\dfrac{x}{L}\right)$,

čia pasinaudojome apytiksliu sąryšiu $(1+x/L)^{-2} \approx 1-2x/L$. *(2 taškai)*

Taigi rutuliuką veiks link pusiausvyros (į kairę pusę) nukreipta atstojamoji jėga

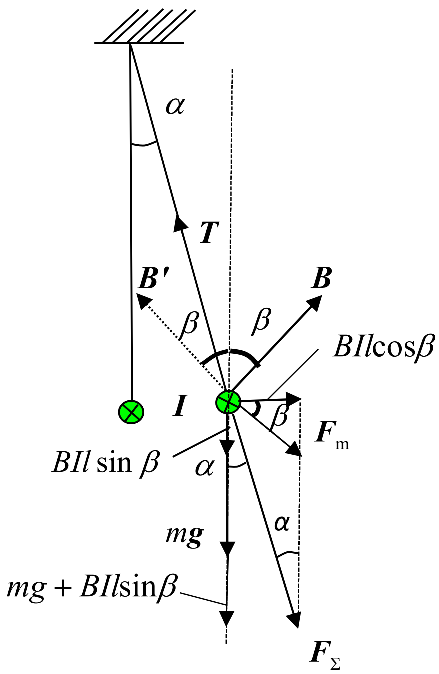
$F = F_T - F_{\mathrm{K}} \approx k_0(L+2x) - k\dfrac{q^2}{(2L)^2}\cdot\left(1-2\dfrac{x}{L}\right)$. Prisiminę pusiausvyros sąlygą $k_0L = k\dfrac{q^2}{(2L)^2}$, šią atstojamąją jėgą galime supaprastinti:

$F = k_0(L+2x) - k_0L\left(1-2\dfrac{x}{L}\right) = 4k_0x$. *(2 taškai)*

Matome, jog grąžinančioji jėga proporcinga rutuliuko nuokrypiui iš pusiausvyros padėties: jos projekcija į x ašį $F_x = ma - 4k_0x$ – visiškai tokio pat pavidalo lygtis aprašo už spyruoklės prie sienos pakabinto rutuliuko harmoninius svyravimus (tik mūsų atveju proporcingumo koeficientas yra 4 kartus didesnis). Taigi jeigu rutuliukų pradinis nuokrypis iš pusiausvyros yra mažas, jie pradės harmoniškai svyruoti apie savo pusiausvyros padėtį, o šių svyravimų periodas bus lygus $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{4k_0}} = \pi\sqrt{\dfrac{m}{k_0}}$. *(2 taškai)*

5. Vienalyčiame magnetiniame lauke, kurio indukcija (srauto tankis) $B = 0{,}40\ \mathrm{T}$, o kryptis sudaro su vertikale kampą $\beta = 45°$, dviem lengvomis vielytėmis pakabintas masės $m = 100\ \mathrm{g}$ ilgio $l = 65\ \mathrm{cm}$ strypelis, kuriuo leidžiama $I = 2{,}00\ \mathrm{A}$ stiprio srovė. Magnetinis laukas visuomet išlieka statmenas strypeliui. Kokiu kampu α nuo vertikalės atsilenkia vielytės? Laisvojo kritimo pagreitis $g = 9{,}81\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Sprendimas



Brėžiame brėžinį, kai magnetinis laukas su vertikale sudaro kampą $\beta = 45°$.

Čia galimi 2 variantai (pav., pvz., ***B*** ir ***B′***).

Nagrinėjame ***B*** variantą. Kad strypelis būtų pusiausvyroje, būtina sąlyga: $|\boldsymbol{F}_{\Sigma}| = |\boldsymbol{T}|$ (žiūr. pav.).

Magnetinis laukas statmenas strypeliui, todėl $F_{\mathrm{m}} = BIl$.

Tada iš brėžinio $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{BIl\cos\beta}{mg + BIl\sin\beta}$. Iš čia $\alpha \approx 15°$.

Analogiškai nagrinėdami variantui ***B′*** gautume $\mathrm{tg}\alpha' = \dfrac{BIl\cos\beta}{mg - BIl\sin\beta}$. Iš čia $\alpha' \approx 31°$