66-iosios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados rajono–miesto turas (2018 m.)
11 klasė

1. Raketa paleidžiama kilti vertikaliai aukštyn, tam tikrame aukštyje jos variklis išjungiamas. Per kiek laiko raketa pasieks maksimalų aukštį $H = 74$ km, jeigu raketos pagreitis veikiant varikliui yra pastovus ir lygus $a = 2g$. Oro pasipriešinimo ir laisvojo kritimo pagreičio g priklausomybės nuo aukščio nepaisyti.

Sprendimas

Raketa maksimalų aukštį pasiekia dviem etapais: pirmiausia tolygiai greitėdama be pradinio greičio pagreičiu $a = 2g$ pasiekia aukštį H_1 ir laisvai kildama iš inercijos aukštį H_2, kol pasiekia maksimalų pakilimo tašką:

$H = H_1 + H_2$. (1) (1 taškas)

Visas kilimo laikas

$t = t_1 + t_2$ (2) (1 taškas)

Pirmame kilimo etape raketa pasiekia aukštį H_1 per laiką t_1:

$H_1 = \frac{at_1^2}{2} = gt_1^2$ (3) (1 taškas)

ir įgyja greitį v_1:

$v_1 = a\, t_1 = 2g\, t_1$ (4) (1 taškas)

Antrame kilimo etape varikliai išsijungia, raketa turi pradinį greitį v_1 ir iš inercijos kyla laiką t_2, kol sustoja kilti aukščiausiame pakilimo taške:

$0 = v_1 - gt_2$ arba $t_2 = v_1/g$. (5) (1 taškas)

Įstatę (4) į (5) gauname:

$t_2 = 2t_1$. (6) (1 taškas)

Aukštis H_2 randamas tokiu būdu:

$H_2 = v_1 t_2 - \frac{gt_2^2}{2} = \frac{v_1^2}{2g} = 2gt_1^2$ (7) (1 taškas)

Įstatę (3) ir (7) į (1), randame t_1:

$t_1 = \sqrt{\frac{H}{3g}}$ (8) (1 taškas)

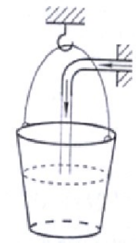
Bendras kilimo laikas lygus

$t = 3t_1 = \sqrt{\frac{3H}{g}}$ (9) (1 taškas)

arba

$t \approx 150\ s = 2{,}5\,\text{min}$ (1 taškas)

2. V = 10 ℓ tūrio ir m = 0,5 kg masės kibiras pilnai pripilamas vertikaliai krentančia vandens srove per t = 5 s. Vandens srovės skerspjūvio plotas yra $S = 4$ cm^2. Eilinio pripylimo metu, kibirui prisipildžius pusiau, viena iš dviejų kibiro rankenos tvirtinimo detalių sulūžo. Raskite, kokiai kibiro rankenos tvirtinimo detalės apkrovai F esant šis tvirtinimas sulūžo.
Pastaba: laisvojo kritimo pagreitis g = 9,8 m/s^2, vandens tankis ρ = 1 g/cm^3. Vandens srovės greičio kitimo dėl sunkio jėgos nepaisyti.



Sprendimas
Suminė kibiro rankenos tvirtinimo detalių apkrova (vieno iš tvirtinimų lūžimo momentu) yra lygi:

(3 taškai)

$$2F = mg + \rho\frac{V}{2}g + F_0 \qquad (1)$$

čia mg – kibiro svoris, $\rho\frac{V}{2}g$ – vandens esančio kibire svoris, F_0 – vandens stabdymo jėga kibire bei vandens tankis ρ=1000 kg/m^3.
Vandens stabdymo jėgą F_0 rasime nagrinėdami procesą, kai kibiras buvo visiškai pripilamas vandens. Iš sąlygos žinome, kad V tūrio kibiras visiškai buvo pripildomas S skerspjūvio ploto vandens srove per laiką t, t.y.: *(1 taškas)*

$$V = S\cdot v\cdot t \qquad (2)$$

čia v – greitis, kuriuo vanduo teka iš krano.
Iš (2) randame vandens greitį v:

(1 taškai)

$$v = \frac{V}{S\cdot t} \qquad (3)$$

Įvertinus, kad impulso (judesio kiekio momento) pokytis yra $\Delta p = F\Delta t$ bei $p = m\cdot v$ gauname, kad:

(4 taškai)

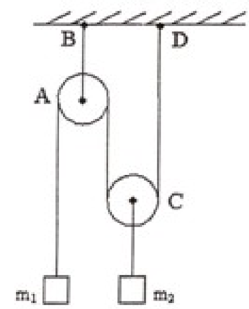
$$m\cdot v = F_0\cdot t \Rightarrow \rho\cdot V\cdot v = F_0\cdot t \Rightarrow F_0 = \frac{\rho\cdot V\cdot v}{t} = \frac{\rho\cdot V\cdot V}{t\cdot S\cdot t} = \frac{\rho\cdot V^2}{S\cdot t^2} \qquad (4)$$

Tokiu būdu gauname, kad:

$$F = \frac{mg}{2} + \frac{\rho\cdot V\cdot g}{4} + \frac{\rho\cdot V^2}{2\cdot S\cdot t^2} = \frac{0{,}5\cdot 9{,}8}{2} + \frac{10^3\cdot 10\cdot 10^{-3}\cdot 9{,}8}{4} + \frac{10^3\cdot\left(10\cdot 10^{-3}\right)^2}{2\cdot 4\cdot 10^{-4}\cdot 5^2} = 31{,}95\,(\text{N})$$ *(1 taškas)*

Ats.: $F = \frac{mg}{2} + \frac{\rho\cdot V\cdot g}{4} + \frac{\rho\cdot V^2}{2\cdot S\cdot t^2} = 31{,}95\,\text{N}$

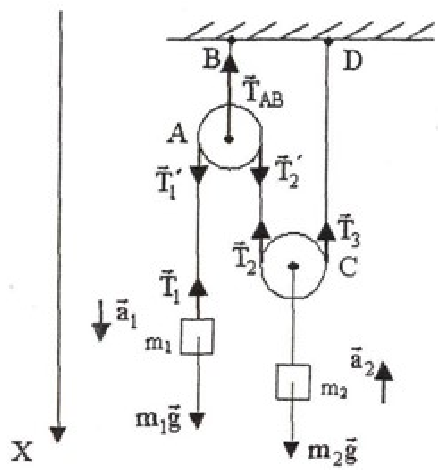
3. Paveiksle pavaizduota nesvarių skridinių sistema. Krovinėlių masės m_1 ir m_2. Apskaičiuokite siūlų ties B ir D taškais įtempimą. Siūlai nesvarūs.



Sprendimas:

Tegul siūlų įtempimo jėgos ties B ir D taškais atitinkamai T_{AB} ir T_{CD}. Kadangi skridiniai ir siūlas nesvarūs, tai įtempimas siūle m_1-A-C-D visose atkarpose bus vienodas, t. y. $T_1 = T_2 = T_3 = T_{CD} = T$. *(1 taškas)*

Pirmąjį krovinėlį veikia sunkio jėga $m_1\vec{g}$ ir siūlo įtempimo jėga $\vec{T}_1$, antrąjį krovinėlį $m_2\vec{g}$, $\vec{T}_2$, $\vec{T}_3$. *(1 taškas)*



Užrašome II Niutono dėsnį abiem:

$m_1\vec{g} + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1$,

$m_2\vec{g} + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = m_2\vec{a}_2$. *(1 taškas)*

Suprojektuojame jėgas krovinėliams į x ašį (tegul krovinėlis m_1 leidžiasi):

$m_1 g - T = m_1 a_1$, (1)

$m_2 g - 2T = -m_2 a_2$. (2) *(2 taškai)*

Akivaizdu, kad krovinėlių nueiti keliai per tą patį laiką: $s_1 = 2s_2$. Todėl aišku, kad ir galios lygybė

$a_1 = 2a_2$. (3) *(1 taškas)*

Išsprendę (1), (2) ir (3) lygčių sistemą, gauname:

$$T = T_{CD} = \frac{3m_1 m_2 g}{4m_1 + m_2}.$$ *(2 taškai)*

Iš brėžinio matyti, kad siūlo ties B įtempimas bus du kartus didesnis, t.y.

$$T_{AB} = 2T = \frac{6m_1 m_2 g}{4m_1 + m_2}.$$ *(2 taškai)*

4. Hermetiškame kubo formos *V* tūrio inde yra argonas. Kai temperatūra labai žema ir argonas yra skystos fazės, slėgio jėga į indo dugną lygi F_0. Apskaičiuokite viršutinę sienelę veikiančią jėgą, kai argono temperatūra lygi kambario temperatūrai *T*. Argono molio masė *M*, laisvojo kritimo pagreitis *g*, kambario temperatūros dujas galima laikyti idealiosiomis.

Sprendimas:
Labai žemos temperatūros argonas yra skystas, todėl slegia tik apatinę sienelę, slėgio jėga lygi argono svoriui. Argono masė

$$m = F_0 / g\,. \qquad \textit{(1 taškas)}$$

Kambario temperatūros dujoms (visas argonas virsta dujiniu) užrašome būsenos lygtį, išreiškiame slėgį ir apskaičiuojame slėgio jėgą į sienelę:

$$pV = \frac{m}{M}RT = \frac{F_0RT}{gM},\; p = \frac{F_0RT}{VgM}\,. \qquad \textit{(3 taškai)}$$

Čia *R* - universalioji dujų konstanta.

Kambario temperatūroje jėga, veikianti viršutine sienelę, lygi

$$F = pS\,; \qquad \textit{(2 taškai)}$$

Kubo formos indui galime užrašyti:

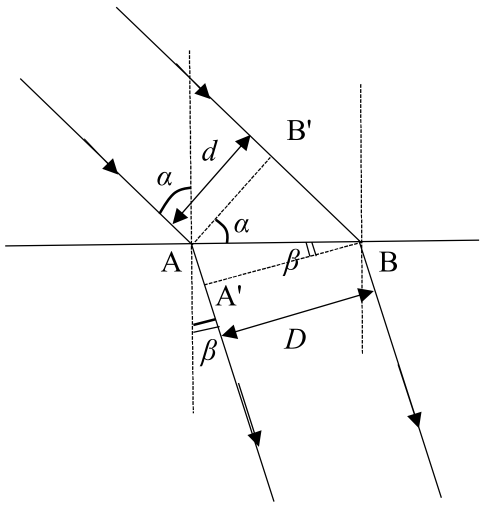
$$V = h \cdot S\,;\;\; V = V^{\frac{1}{3}} \cdot V^{\frac{2}{3}}\,;\; S = V^{2/3} \qquad \textit{(1 taškas)}$$

Kambario temperatūroje jėga, veikianti viršutinę sienelę, lygi

$$F = \frac{F_0RT}{gMV}V^{2/3} = \frac{F_0RT}{gMV^{1/3}} \qquad \textit{(3 taškai)}$$

5. Lygiagrečių šviesos spindulių pluoštelis, kurio plotis $d = 3{,}0\ \text{cm}$, krenta kampu $\alpha = 45°$ į vandens paviršių. Koks yra sklindančios vandenyje šviesos spindulių pluoštelio plotis *D?* Vandens lūžio rodiklis $n = 1{,}33$.

Sprendimas



Braižome brėžinį. *(3 taškai)*

Kritimo iš lūžio kampus (atitinkamai α ir β) riša Snelijaus (lūžio) dėsnis:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n \qquad \textit{(2 taškai)}$$

Iš brėžinio trikampio ABB' aišku, kad

$$\text{AB} = \frac{d}{\cos\alpha}\ . \qquad \textit{(1 taškas)}$$

Iš trikampio ABA':

$$\text{AB} = \frac{D}{\cos\beta}\ . \qquad \textit{(1 taškas)}$$

Pasinaudodami tuo, kad

$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$, o $\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta}$, *(1 taškas)*

ir Snelijaus dėsniu, randame

$$D = d\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} = d\sqrt{\frac{1-\sin^2\beta}{1-\sin^2\alpha}} = d\sqrt{\frac{1-\dfrac{\sin^2\alpha}{n^2}}{1-\sin^2\alpha}} = 3{,}0\sqrt{\frac{1-\dfrac{\sin^2 45°}{1{,}33^2}}{1-\sin^2 45°}} \approx 3{,}59\ (\text{cm})\,. \qquad \textit{(2 taškai)}$$