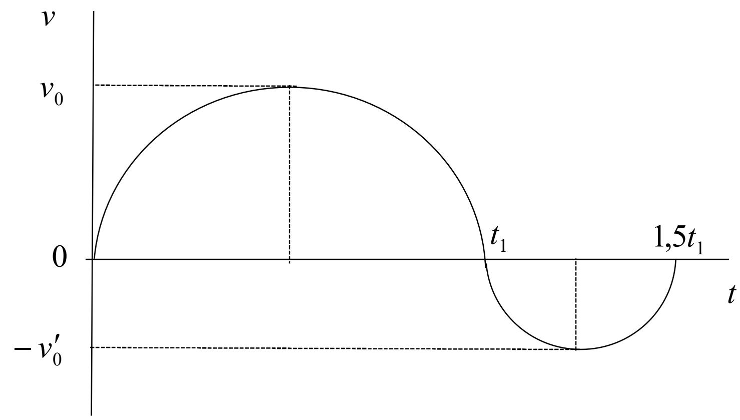
66-iosios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados rajono–miesto turas (2018 m.)

10 klasė

1. Kūnas pradeda judėti išilgai tiesės iš koordinatės pradžios (taškas $x = 0$). Jo greičio projekcijos į tą tiesę grafikas parodytas pav. Ašių skalės parinktos taip, kad intervaluose $0 - t_1$ ir $t_1 - 1{,}5t_1$ kreivės yra pusapskritimiai. Didžiausia teigiama greičio vertė v_0 (neigiama vertė $-v_0'$ neduota). 1) Kokį kelią įveikia kūnas per visą judėjimo laiką nuo 0 iki $1{,}5t_1$? 2) Kokiu atstumu nuo koordinatės pradžios yra kūnas laiko momentu $1{,}5t_1$?

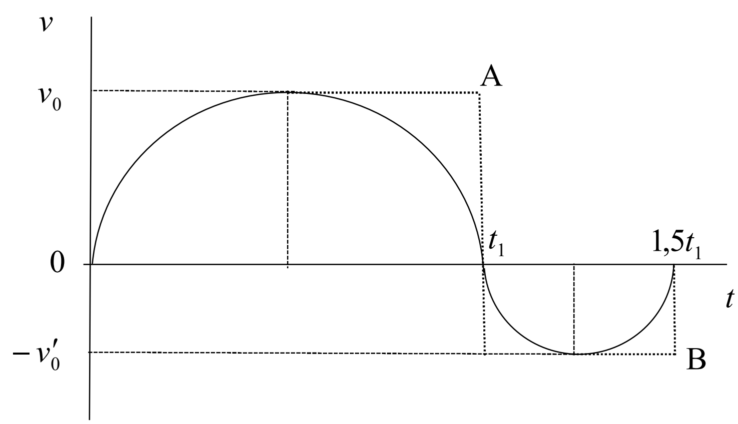


Sprendimas

Nueitas kelias greičio grafike – tai plotas po greičio grafiko kreive (jei greitis neigiamas – plotas virš grafiko kreivės). *(3 taškai)*

Iš greičio grafiko aišku, kad kūnas laiko intervale $0 - t_1$ tolsta nuo koordinatės pradžios, o laiko intervale $t_1 - 1{,}5t_1$ artėja link jos. *(1 taškas)*

1) Nueitas visas kelias lygus parodytų pav. pusapskritimių ribojamų pusskritulių plotų sumai. Juos galima rasti, lyginant pusskritulių ir apie juos apibrėžtų atitinkamų stačiakampių plotus [pvz., pusskritulį iš intervalo $0 - t_1$ atitinka stačiakampis ($0\, v_0\, \mathrm{A}\, t_1$)].



Iš geometrinių samprotavimų aišku, kad stačiakampio ir įbrėžto pusskritulio plotų santykis lygus $\frac{S_{\mathrm{st}}}{S_{\mathrm{p}}} = \frac{2R^2}{\pi \frac{R^2}{2}} = \frac{4}{\pi}$, čia R – pusskritulio spindulys. *(2 taškai)*

Kita vertus, iš grafiko aišku, kad intervalo $0 - t_1$ stačiakampio plotas $S_{\text{st}} = v_0 t_1$, taigi nueitas kelias šiame intervale $l_1 = S_{\text{p1}} = \frac{\pi}{4} v_0 t_1$. *(1 taškas)*

Aišku, kad $\frac{v_0}{v_0'} = \frac{t_1}{1{,}5t_1 - t_1} = 2$. *(1 taškas)*

Tada nueitas kelias intervale $t_1 - 1{,}5t_1$ lygus $l_2 = S_{\text{p2}} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{v_0}{2}(1{,}5t_1 - t_1) = \frac{\pi}{16} v_0 t_1$.

Taigi, visas kūno įveiktas kelias per laiką nuo 0 iki $1{,}5t_1$ lygus $L = l_1 + l_2 = \frac{5\pi}{16} v_0 t_1$. *(1 taškas)*

2) Laiko momentu $1{,}5t_1$ kūnas bus nutolęs nuo koordinatės pradžios atstumu

$d = l_1 - l_2 = \frac{3\pi}{16} v_0 t_1$. *(1 taškas)*

2. Įvertinkite oro molekulių skaičių Žemės atmosferoje. Galite naudoti supaprastintą Žemės atmosferos modelį, kuriame atmosfera susitelkusi tik arti Žemės paviršiaus, ji gali būti laikoma vienalyte. Žemės spindulys $R = 6400\ \text{km}$, normalus atmosferos slėgis $p_0 = 1{,}03 \cdot 10^5\ \text{Pa}$, Avogadro skaičius $N_{\text{A}} = 6{,}02 \div 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$, atmosferos molekulių vidutinė molinė masė $\mu = 29\ \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, laisvojo kritimo pagreitį galite laikyti $g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Sprendimas

Jei visa Žemės atmosferos oro masė *m*, tai jis slegia Žemės paviršių slėgiu

$$p_0 = \frac{mg}{4\pi R^2}. \qquad \textit{(3 taškai)}$$

Jei oro vienos molekulės masė m_0, tai visas jo molekulių skaičius Žemėje lygus

$$N = \frac{m}{m_0}. \qquad \textit{(2 taškai)}$$

Vienos molekulės masė lygi $m_0 = \frac{\mu}{N_{\text{A}}}$. *(2 taškai)*

Taigi, surašę atitinkamų dydžių išraiškas SI sistemoje, gauname

$$N = \frac{4\pi R^2 p_0 N_\mathrm{A}}{\mu g} = \frac{4\pi \cdot (6,4\cdot 10^6)^2 \cdot 1,03\cdot 10^5 \cdot 6,02\cdot 10^{23}}{0,029\cdot 10} \approx 10^{44}\,.$$ *(3 taškai)*

3. Dvi elektros plytelės, sujungtos nuosekliai, naudoja $P = 80$ W galią. Kokią galią naudos šios plytelės, sujungtos lygiagrečiai, jei vienos iš plytelių galia $P_1 = 400$ W ?

Sprendimas

Sujungus lygiagrečiai, plytelės naudos galią $P_x = P_1 + P_2$. *(2 taškai)*

Tegul plytelių varžos R_1 ir R_2. Jungiant jas lygiagrečiai prie įtampos U šaltinio, kiekviena jų naudos atitinkamai galią

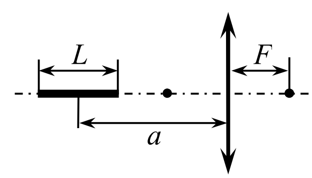
$$P_1 = \frac{U^2}{R_1} \text{ ir } P_2 = \frac{U^2}{R_2}.$$ *(2 taškai)*

Jungiant nuosekliai visa naudojama galia $P = \dfrac{U^2}{R_1 + R_2}$. *(2 taškai)*

Įrašome R_1 ir R_2 išraiškas: $P = \dfrac{U^2}{\dfrac{U^2}{P_1} + \dfrac{U^2}{P_2}} = \dfrac{P_1 P_2}{P_1 + P_2}$. *(2 taškai)*

Bet $P_2 = P_x - P_1$. Tada $P_x = \dfrac{P_1^2}{P_1 - P} = \dfrac{400^2}{400 - 80} = 500$ W . *(2 taškai)*

4. Glaudžiamojo lęšio, kurio židinio nuotolis F, optinėje ašyje padėtas išilgai optinės ašies nukreiptas ilgio L plonas siūlas, atstumas nuo jo vidurio iki lęšio yra a (žr. brėžinį). Raskite šio siūlo atvaizdo ir paties siūlo ilgių santykį.



Sprendimas:

Pirmiausia raskime, kokiu atstumu b_1 nuo lęšio nutolęs siūlo kairiojo galo atvaizdas. Pasinaudoję lęšio formulę $\dfrac{1}{a + \dfrac{L}{2}} + \dfrac{1}{b_1} = \dfrac{1}{F}$, , *(2 taškai)*

Gauname $b_1 = \dfrac{F(2a + L)}{2a + L - 2F}$. *(2 taškai)*

Analogiškai siūlo dešiniajam galui gauname

$$\frac{1}{a-\frac{L}{2}}+\frac{1}{b_2}=\frac{1}{F}$$. Iš čia $b_2=\frac{F(2a-L)}{2a-L-2F}$. *(3 taškai)*

Taigi siūlo atvaizdo ilgis bus

$$l=b_2-b_1=\frac{F(2a-L)}{2a-L-2F}-\frac{F(2a+L)}{2a+L-2F}=\frac{4F^2L}{4(a-F)^2-L^2}.$$ *(2 taškai)*

Ieškomas santykis $\frac{l}{L}=\frac{4F^2}{4(a-F)^2-L^2}$. *(1 taškas)*