2017 m. Fizikos olimpiados 2-o rato užduotys ir sprendimai 9 kl.

1. Į ekskursiją mokiniai išvyko dviem autobusais. Vienas autobusas užtruko ir išvyko kiek vėliau. Kada užtrukęs (antrasis) autobusas pajudėjo, pirmasis jau buvo nuvažiavęs s = 20 km kelią. Per laiką, per kurį užtrukęs (antrasis) autobusas nuvažiavo s = 20 km kelią, pirmasis nuvažiavo s_1 = 16 km kelią. Δs = 1 km keliui nuvažiuoti antrasis autobusas sugaišta Δt = 12 s mažiau negu pirmasis. Kokiame atstume L nuo išvykimo vietos antrasis autobusas pavys pirmąjį? Kokiais greičiais v_1 ir v_2 važiavo autobusai? Laikykite, kad keliuose nebuvo automobilių kamščių, ir autobusai važiavo pastoviais greičiais.

Sprendimas

Kadangi per tą patį laiką autobusai nuvažiavo kelią s_1 ir s, vadinasi, jų greičių santykis $v_1/v_2 = s_1/s = 0{,}8$.
(2 taškai)

Kol antrasis autobusas nuvažiuoja kelią L, pirmasis nuvažiuoja kelią $(L - s)$, t.y.

$$\frac{L}{v_2} = \frac{L-s}{v_1}.$$
(2 taškas)

Tuomet gauname

$$L = \frac{s}{1-\left(\frac{v_1}{v_2}\right)} = \frac{s^2}{s-s_1}.$$
(1 taškas)

Pagal sąlygą

$$\Delta t = \Delta s\left(\frac{1}{v_1}-\frac{1}{v_2}\right) = \frac{\Delta s}{v_1}\left(1-\frac{v_1}{v_2}\right) = \frac{\Delta s}{v_1}\left(1-\frac{s_1}{s}\right).$$
(1 taškas)

Išreiškiame greičius:

$$v_1 = \frac{\Delta s}{\Delta t}\left(1-\frac{s_1}{s}\right), \quad v_2 = v_1\frac{s}{s_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t}\left(\frac{s}{s_1}-1\right).$$
(2 taškai)

Apskaičiavę gauname: **L = 100 km; v_1 = 16,7 m/s = 60 km/h, v_2 = 20,8 m/s = 75 km/h.** (2 taškasi)

2. Per fizikos pamoką Lukas nustatė nudažyto tašelio tankį ρ = 600 kg/m^3. Bet mokytoja paaiškino, kad tašelis sudarytas iš dviejų medžiagų, kurių masės vienodos, bet vienos medžiagos tankis du kartus didesnis už kitos. Koks kiekvienos medžiagos tankis? Dažų masės galima nepaisyti.

Sprendimas

Tegul m – kiekvienos tašelio dalies masė, ρ_1 ir $\rho_2 = \rho_1/2$ – jų tankiai. Tuomet tašelio dalių tūriai m/ρ_1 ir $2m/\rho_1$. (2 taškai)

Viso tašelio masė $2m$ ir tūris $3m/\rho_1$. (2 taškai)

Vidutinis tašelio tankis $\rho = \dfrac{2m}{3m/\rho_1} = \dfrac{2\rho_1}{3}$. (2 taškai)

Iš čia randame tašelio dalių tankius: **$\rho_1 = 3\rho/2$ ir $\rho_2 = 3\rho/4$.** (2 taškai)

ρ_1 = 900 kg/m^3. **ir ρ_2 = 450** kg/m^3**.** (2 taškai)

3. Švininis rutulys pradeda laisvai kristi iš h aukščio be pradinio greičio. Pradinė rutulio temperatūra t_o. Švino savitoji šiluma c, savitoji lydymosi šiluma λ, lydymosi temperatūra t. Oro pasipriešinimo nėra.

a. Koks bus rutulio greitis v prie pat žemės paviršiaus?
b. Koks rutulio greitis v_1 nukritus ¾ viso kelio?
c. Kokia bus rutulio temperatūra t_1 po smūgio į žemę? Rutulys nuo žemės neatšoka. Žinoma, kad $t_1 < t$. (Tarkite, kad visa mechaninė energija virsta vidine).
d. Kokį greitį v_2 vertikalia kryptimi reikia suteikti rutuliui, kad po smūgio į žemę jis išsilydytų? (Tarkite, kad visa mechaninė energija virsta vidine).
e. Kokia rutulio dalis liktų neišsilydžiusi, jei į vidinę energiją pereitų η dalis mechaninės energijos (rutulį išmetus iš h aukščio v_2 greičiu)?

Sprendimas

a. Pagal energijos tvermės dėsnį galime parašyti (potencinės energijos nulinis lygmuo susietas su žemės paviršiumi):

$$mgh = \frac{mv^2}{2}, \qquad v = \sqrt{2gh}. \qquad (1)$$

(2 taškai)

b. Rutuliui nukritus ¾ viso kelio, iki žemės liks ¼ kelio dalis, todėl pagal energijos tvermės dėsnį:

$mgh = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mgh}{4}$. Iš čia $v_1 = \sqrt{\frac{3gh}{2}}$. (2) (2 taškai)

c. Kadangi mechaninės energijos nuostolių nėra ir visa energija virsta vidine, tai:

$$mgh = cm(t_1 - t_0), \qquad t_1 = t_0 + \frac{gh}{c}.$$

(2 taškai)

d. Norint, kad nuo smūgio į žemę rutulys išsilydytų, jam reikia suteikti papildomai kinetinės energijos:

$$mgh + \frac{mv_2^2}{2} = cm(t - t_0) + \lambda m.$$

Iš čia:
$$v_2 = \sqrt{2(c(t - t_0) + \lambda - gh)}. \qquad (3)$$

(2 taškai)

e. Jei į vidinę energiją pereina tik dalis mechaninės energijos, tai galime parašyti:

$$\eta\left(mgh + \frac{mv_2^2}{2}\right) = cm(t - t_0) + \lambda m_1. \qquad (4)$$

Čia m – viso rutulio masė, m_1 – išsilydžiusios rutulio dalies masė. Neišsilydžiusios dalies masė bus m_2.

$$m_2 = m - m_1. \qquad (5)$$

Iš (3), (4), (5) lygčių gauname:

$$\frac{m_2}{m} = \frac{(1 - \eta)(c(t - t_0) + \lambda)}{\lambda}.$$

(2 taškai)

4. Kalorimetre prie dugno prišalęs M masės, t = 0 °C temperatūros ledo gabalas. Į kalorimetrą įpilama tokios pat masės M šilto vandens. Vanduo visiškai apsemia ledą. Ledo ir vandens lygis kalorimetre H = 20 cm. Nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai vandens lygis kalorimetre sumažėjo Δh = 0,4 cm. Kokia buvo įpilto vandens pradinė temperatūra, jei žinoma, kad dalis ledo liko prišalusi prie kalorimetro dugno? Vandens tankis ρ_0 = 1000 kg/m^3, ledo tankis ρ = 900 kg/m^3, savitoji vandens šiluma c = 4,2 kJ/(kg·^{o}C), savitoji ledo lydymosi šiluma λ = 330 kJ/kg. Šilumos nuostolių ir kalorimetro šiluminės talpos nepaisykite.

Sprendimas

Pagal sąlygą išsilydė ne visas ledas, todėl temperatūra, nusistovėjusi kalorimetre, lygi t = 0°C.

(1 taškas)

Užrašome šilumos balanso lygtį:

$cM(t_x - t) = M_x\lambda$, čia M_x – ištirpusio ledo masė. (2 taškai)

Atsižvelgę, kad t = 0°C, galime užrašyti: $t_x = \dfrac{\lambda M_x}{cM}$. (1 taškas)

Ledo ir vandens tūriams galime užrašyti:

$$\frac{M_x}{\rho} - \frac{M_x}{\rho_0} = \Delta h S;$$
$$\frac{M}{\rho} + \frac{M}{\rho_0} = HS,$$

(2 taškai)

Iš čia $M_x = \dfrac{M\Delta h(\rho_0 + \rho)}{(\rho_0 - \rho)H}$, (2 taškai)

todėl $t_x = \dfrac{\lambda \Delta h(\rho_0 + \rho)}{cH(\rho_0 - \rho)}$, $\mathbf{t_x \approx 30\ ^oC}$. (2 taškai)