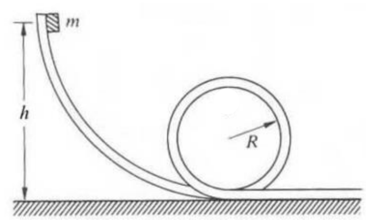
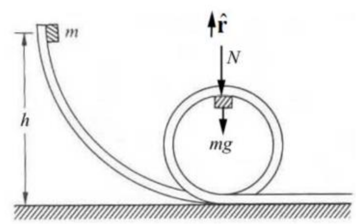
65-osios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados rajono-miesto turas

12 klasės uždavinių sprendimai

1. Tašelis, esantis rimties būsenoje, yra paleidžiamas iš aukščio h virš stalo paviršiaus. Tašelis slysta bėgeliais, kurie susideda iš rampos ir R = 20 cm spindulio apkritimo formos kilpos (žr. pav.). Kai objektas yra kilpos viršuje, jis yra veikiamas tris kartus didesnės jėgos negu objekto sunkis. Iš kokio aukščio objektas buvo paleistas? Laikykite, kad tarp bėgelių ir objekto trinties nėra.



Sprendimas



Braižome brėžinį.

Pagal energijos tvermės dėsnį

$mg(h - 2R) = \frac{1}{2}mv^2,$ (1) (2 taškai)

Čia *m*– tašelio masė, *v*– jo greitis viršutiniame kilpos taške.

Pagal II Niutono dėsnį jėgų projekcijos poslinkio vektoriaus kryptimi yra:

$-mg - N = -\frac{mv_{\text{gal.}}^2}{R}.$ (2) (2 taškai)

Pagal sąlygą:

$N = 3mg,$ (3) (1 taškas)

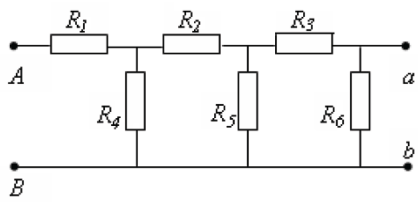
Vadinasi,

$4mg = \frac{2\,mg(h-2R)}{R}.$ (4) (2 taškai)

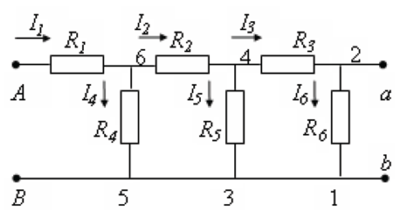
$4R = 2h - 4R,$ (5) (2 taškai)

Atsakymas: $h = 8R = 1{,}6$ m. (6) (1 taškas)

2. Pavaizduotą elektrinę grandinę sudaro šeši rezistoriai R_1 = R_2 = R_3 = 2 Ω ir R_4 = R_5 = R_6 = 1 Ω. Kokia įtampa turi būti prijungta tarp taškų A ir B, kad tarp taškų a ir b įtampa būtų 1 V ?



Sprendimas



Pagal Omo dėsnį srovė $I_6 = \frac{U_{ab}}{R_6}$, (1) (1 taškas)

Srovės stipriai $I_3 = I_6$, (2)

Įtampos tarp taškų 4 ir 1 bei 4 ir 3 lygios: $U_{41} = I_3(R_3 + R_6) = 3$ V, (3) (1 taškas)

o įtampa $U_{43} = U_{41}$, (4) (1 taškas)

Srovės stipriai: $I_5 = \frac{U_{43}}{R_5} = 3$ A, (5)

$I_2 = I_3 + I_5 = 4$ A, (6) (1 taškas)

Įtampos: $U_{64} = I_2 \cdot R_2 = 8$ V, (7)

$U_{63} = U_{64} + U_{43} = 11$ V, (8) (1 taškas)

$U_{63} = U_{65}$. (9) (1 taškas)

Srovės stipriai:

$I_4 = \frac{U_{65}}{R_4} = 11$ A, (10) (1 taškas)

$I_1 = I_2 + I_4 = 15$ A, (11) (1 taškas)

Įtampa: $U_{A6} = I_1 \cdot R_1 = 30$ V. (12) (1 taškas)

Ieškomas dydis: $U_{AB} = U_{A6} + U_{65} = 41V$. Atsakymas: $U_{AB} = 41$ V. (13) (1 taškas)

3. Horizontaliame cilindre, kurio ilgis 0,9 m, be trinties laisvai slankioja labai plonas stūmoklis, kuris skiria deguonį nuo tokios pat masės vandenilio. Į kokias ilgio dalis stūmoklis dalija cilindrą? ($M_{O_2} = 32$ g/mol , $M_{H_2} = 2$ g/mol).

Sprendimas

Stūmoklio pusiausvyros sąlyga:

$p_1 = p_2 = \text{const.}$ (1) (2 taškai)

$$pV_1 = \frac{m}{M_{O_2}} RT \quad , \qquad (2) \quad \text{(1 taškas)}$$

$$pV_2 = \frac{m}{M_{H_2}} RT \quad . \qquad (3)$$

Kadangi cilindro skerspjūvio plotas vienodas, tai: $V_1 = Sl_1$ ir $V_2 = Sl_2$ (4) (2 taškai)

$$pSl_1 = \frac{m}{M_{O_2}} RT \quad , \qquad (5) \quad \text{(1 taškas)}$$

$$pSl_2 = \frac{m}{M_{H_2}} RT \quad , \qquad (6)$$

$$\frac{p}{mRT} = \frac{1}{Sl_1 M_{O_2}} \quad , \qquad (7) \quad \text{(1 taškas)}$$

$$\frac{p}{mRT} = \frac{1}{Sl_2 M_{H_2}} \quad , \qquad (8)$$

$$Sl_1 M_{O_2} = Sl_2 M_{H_2} \quad , \qquad (9) \quad \text{(1 taškas)}$$

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{M_{O_2}}{M_{H_2}} = \frac{32}{2} = 16 \quad . \qquad (10) \quad \text{(1 taškas)}$$

$$l_1 + l_2 = 9m \qquad (11) \quad \text{(1 taškas)}$$

Atsakymas: $l_1 = 0{,}53$ m, o $l_2 = 8{,}47$ m

4. Raketa paleidžiama vertikaliai aukštyn. Jos varikliai suteikia pastovų $a = 40\ \mathrm{m/s}^2$ pagreitį. Į kokį maksimalų aukštį pakyla raketa, jei kuras sudega per $t_1 = 1$ minutę? Po kiek laiko raketa nukris į Žemę? Laisvojo kritimo pagreitis $g = 9.8\ \mathrm{m/s}^2$. Oro pasipriešinimo nepaisyti.

Sprendimas

Laiku t_1 raketa judės tolygiai greitėdama su pagreičiu. Per šį laiką raketos nuskrietas kelias yra:

$$h_1 = \frac{at_1^2}{2}, \qquad (1) \qquad (1\ \text{taškas})$$

o įgytas greitis: $v_1 = at_1$. (2) (1 taškas)

Tačiau iki pasiekiant maksimalų aukštį ji dar judės aukštyn tolygiai lėtėdama ir nuskries:

$$h_2 = \frac{v_1^2}{2g} = a^2\frac{t_1^2}{g}. \qquad (3) \qquad (1\ \text{taškas})$$

Maksimalus aukštis į kurį pakils raketa bus:

$$h = h_1 + h_2 = \frac{at_1^2}{2} + \frac{a^2t_1^2}{2g} = \frac{at_1^2}{2}\left(1 + \frac{a}{g}\right). \qquad (4) \qquad (1\ \text{taškas})$$

Įrašius skaitines vertes gauname: $h = \frac{40\cdot 60^2}{2}\left(1 + \frac{40}{9{,}8}\right) = 365877\ \mathrm{m} \approx 365{,}9\ \mathrm{km}.$

Maksimalų aukštį raketa pasieks per laiką: $t = t_1 + t_2 = t_1 + \frac{a}{g}t_1$. (5) (1 taškas)

Žemyn raketa juda laisvu kritimu, t.y. $t_3 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = t_1\sqrt{\frac{a}{g}}$. (6) (2 taškai)

Taigi, raketa į Žemę nukris išbuvus kelyje:

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = t_1 + \frac{a}{g}t_1 + t_1\sqrt{\frac{a}{g}} = t_1\left[1 + \frac{a}{g} + \sqrt{\frac{a}{g}}\right]. \qquad (7) \qquad (2\ \text{taškai})$$

Įrašius skaitines vertes gausime: $t = 60\left[1 + \frac{40}{9.8} + \sqrt{\frac{40}{9.8}}\right] = 426{,}12s \approx 7{,}1\,\mathrm{min}.$ (1 taškas)

Atsakymas: $h = 365{,}9\ \mathrm{km}$, $t = 7{,}1\,\mathrm{min}$.

5.Lazerio spindulys krinta į difrakcijos gardelę statmenai. Difrakcijos gardelė viename milimetre turi 520 rėžių. Lazerio generuojamos šviesos dažnis yra 4,58 $\cdot 10^{14}$ Hz. Kiek daugiausiai maksimumų galima stebėti su šia difrakcijos gardele ekrane?

Sprendimas

Difrakcijos maksimumo sąlyga yra:

$d \cdot \sin\varphi = \pm k \cdot \lambda$, (1) (3 taškai)

čia d – difrakcinės gardelės konstanta, φ – difrakcijos kampas, k – maksimumo eilė, skaičiuojama nuo centro, λ – šviesos bangos ilgis, kuris yra apskaičiuojamas:

$\lambda = \frac{c}{\nu}$, (2) (2 taškai)

čia c – šviesos greitis, ν – šviesos dažnis. Difrakcinės gardelės konstanta bus:

$d = \frac{l}{n}$, (3) (2 taškai)

čia l – gardelės dalies plotis, kuriame yra n rėžių.

Pasinaudojus (1), (2) ir (3) lygtimis galima apskaičiuoti didžiausią maksimumo eilę, priimant, kad kampas φ yra 90º:

$k = \frac{d \cdot \sin\varphi}{\lambda} = \frac{\nu \cdot l \cdot sin\varphi}{c \cdot n} = \frac{4.58 \cdot 10^{14} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot sin90°}{3 \cdot 10^{8} \cdot 520} = 2{,}936$ (1 taškas)

Maksimumo eilė yra sveikas skaičius, o $\sin\varphi$ negali būti didesnis už 1, todėl didžiausia maksimumo eilė:

$k_{\max} = 2$. (1 taškas)

Iš viso su šia difrakcine gardele galima stebėti 5 maksimumus ($k = 0;\pm1;\pm2$). (1 taškas)

Atsakymas: 5.