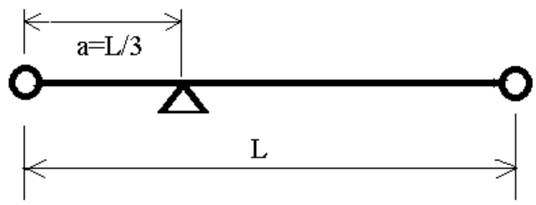
64-iosios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados rajono-miesto turas

12 klasės užduotys

1. Stiklinė su t_1 = 16 °C temperatūros vandeniu buvo pastatyta į šaldytuvą. Po τ = 15 minučių vandens temperatūra nukrito iki t_2 = 4 °C. Apskaičiuokite, po kiek laiko t vanduo virs ledu. Vanduo ir ledas šilumą į aplinką atiduoda vienoda sparta. Vandens savitoji šiluma c = 4200 J/kg K, ledo lydymosi šiluma $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ J/kg.

2. Du vienodo tūrio rutuliukai pritvirtinti prie nesvaraus, plono L ilgio strypo. Jeigu atrama pastatyta $a = L/3$ atstumu nuo vieno rutuliuko, strypas yra pusiausvyras, horizontalioje padėtyje. Strypas pamerkiamas į skystį, kurio tankis dvigubai mažesnis už lengvojo rutuliuko tankį. Apskaičiuokite, kokiu atstumu reikia pastumti atramą, kad strypas liktų horizontalioje padėtyje.



3. Laikydami orą vienalytėmis dujomis apskaičiuokite vidutinę oro molekulės masę $\overline{m}_0$ normaliomis sąlygomis. Žinoma, kad oro tankis $\rho = 1{,}29\,\mathrm{kg/m^3}$, slėgis $p = 1{,}01 \cdot 10^5$ Pa ir temperatūra $T = 0°\,\mathrm{C}$. Bolcmano konstanta $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K.

4. Du vienodi, apvalūs vandens garų lašeliai yra atstumu R vienas nuo kito. Apskaičiuokite, koks turi būti jų krūvis, kad elektrostatinė stūmos jėga būtų lygi gravitacinės traukos jėgai. Lašelių spinduliai $r = 180\ \mu\mathrm{m}$, o $r << R$.

5. Kiek kartų k daugiau energijos iš Saulės gauna Palangos paplūdimys saulėtos dienos vidurdienį birželio 22 d., negu gruodžio 22 d.? Palangos platuma $\varphi = 56°$, Žemės sukimosi ašies polinkis $\beta = 23{,}5°$.

64-iosios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados rajono-miesto turas

12 klasės uždavinių sprendimai

1. Stiklinė su t_1 = 16 ^oC temperatūros vandeniu buvo pastatyta į šaldytuvą. Po τ = 15 minučių vandens temperatūra nukrito iki t_2 = 4 ^oC. Apskaičiuokite, po kiek laiko t vanduo virs ledu. Vanduo ir ledas šilumą į aplinką atiduoda vienoda sparta. Vandens savitoji šiluma c = 4200 J/kg K, ledo lydymosi šiluma $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ J/kg.

Sprendimas

Laikas t, per kurį vanduo virs ledu, susideda iš dviejų dalių: τ = 15 minučių laiko, per kurį vandens temperatūra nukrito iki t_2 = 4 ^oC, ir laiko t', per kurį vanduo šąla iki 0 ^oC bei virsta ledu:

$t = \tau + t'$ (1) (1 taškas)

Laikas, kol vanduo atšals iki 0 ^oC bei virs ledu:

$t' = Q / P$, (2) (2 taškai)

čia Q - šilumos kiekis, kurį vanduo turi atiduoti aplinkai, atšaldamas iki 0 ^oC ir po to virsdamas ledu, o P - šilumos kiekis prarandamas per vieną minutę.

Pažymėję galutinę vandens temperatūrą t_0 = 0 ^oC, iš sąlygos turime:

$Q = cm(t_2 - t_0) + \lambda m$, (3) (2 taškai)

O šilumos kiekį, prarandamą per vieną minutę, rasime remdamiesi šalimu šaldytuve, kadangi per laiką τ temperatūra nukrito nuo t_1 iki t_2:

$P = cm(t_1 - t_2) / \tau$. (4) (2 taškai)

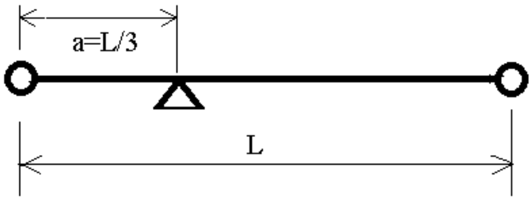
Įstatome (3) ir (4) lygtis į (2), o laiką išreiškiame (1) lygtimi:

$t = \tau + (c(t_2 - t_0) + \lambda)\, \tau / c(t_1 - t_2)$ (2 taškai)

Įstatę skaitines vertes į paskutinę formulę ir apskaičiavę gauname:

t = 118 min. (1 taškas)

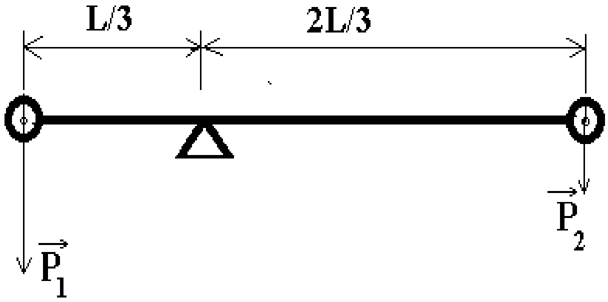
2. Du vienodo tūrio rutuliukai pritvirtinti prie nesvaraus, plono L ilgio strypo. Jeigu atrama pastatyta $a = L/3$ atstumu nuo vieno rutuliuko, strypas yra pusiausvyras, horizontalioje padėtyje. Strypas pamerkiamas į skystį, kurio tankis dvigubai mažesnis už lengvojo rutuliuko tankį. Apskaičiuokite, kokiu atstumu reikia pastumti atramą, kad strypas liktų horizontalioje padėtyje.



Sprendimas

Rutuliukus veikia sunkio jėgos P_1 ir P_2, o jų sukurti momentai M_1 ir M_2 yra lygūs.

Braižome brėžinį. (2 taškai)



Todėl pagal momentų taisyklę galime parašyti:

$P_1 L / 3 = 2 P_2 L / 3$.

Sunkio jėgas galime išreikšti per rutuliukų tūrius ir jų tankius:

$P_1 = m_1 g = V \rho_1 g$,

$P_2 = m_2 g = V \rho_2 g$.

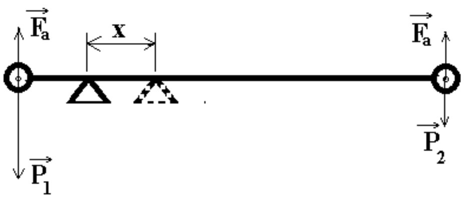
Pagal momentų taisyklę galime parašyti:

$V\rho_1 g\, L/3 - V\rho_2 g\, 2L/3 = 0$ (2 taškai)

Iš paskutinės lygties gauname $\rho_1 = 2\rho_2$. (1 taškas)

Pažymėkime skysčio tankį ρ. Pagal sąlygą turime $\rho = \rho_2 / 2$. (1 taškas)

Strypą panardinus į skystį atramą reikia pastumti atstumu x.



Strypo pusiausvyros sąlygą galime užrašyti taip:

$F_3(L/3 - x) - F_4(2L/3 + x) = 0$, (2 taškai) čia $F_3 = m_1g - F_a$ ir $F_4 = m_2g - F_a$, o Archimedo jėga: $F_a = \rho gV$.

Įsistatome jėgos išraiškas į pusiausvyros sąlygą:

$(2\rho_2 - \rho_2/2)gV(L/3 - x) - (\rho_2 - \rho_2/2)gV(2L/3 + x) = 0$ (1 taškas)

$3(L/3 - x) = (2L/3 + x)$.

Iš paskutinės lygties gauname: $x = L/12$ (1 taškas)

Atsakymas: atramą reikia pastumti $L/12$ atstumu link sunkesniojo rutuliuko.

3. Laikydami orą vienalytėmis dujomis apskaičiuokite vidutinę oro molekulės masę $\overline{m}_0$ normaliomis sąlygomis. Žinoma, kad oro tankis $\rho = 1{,}29\,\mathrm{kg/m^3}$, slėgis $p = 1{,}01 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}$ ir temperatūra $T = 0°\mathrm{C}$. Bolcmano konstanta $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$.

Sprendimas

Vidutinę oro molekulės masę surasime naudodamiesi medžiagos tankio formule:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{N\overline{m}_0}{V},$$ (2 taškai)

čia m – oro masė, V – tūris, N – molekulių skaičius tūryje V ir $\overline{m}_0$ – vidutinė oro molekulės masė.

Žinodami molekulių koncentracijos sąvokos apibrėžimą $n = N/V$ pertvarkome pastarąsias lygtis:

$$\rho = n\overline{m}_0;\ \overline{m}_0 = \frac{\rho}{n}.$$ (3 taškai)

Pagal idealių dujų būsenos lygtį, molekulių koncentracija priklauso tik nuo slėgio ir temperatūros:

$n = \dfrac{p}{kT}$. Čia k – Bolcmano konstanta. (2 taškai)

Atlikę matematinius pertvarkymus gauname:

$$\overline{m}_0 = \frac{\rho \cdot k \cdot T}{p}.$$ (1 taškas)

Toliau atliekame skaičiavimus ir užrašome gautą atsakymą:

$$\overline{m}_0 = \frac{1{,}29\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K} \cdot 273\,\mathrm{K}}{1{,}01 \cdot 10^{5}\,\mathrm{Pa}} \approx 4{,}81 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg}$$ (2 taškai)

4. Du vienodi, apvalūs vandens garų lašeliai yra atstumu R vienas nuo kito. Apskaičiuokite, koks turi būti jų krūvis, kad elektrostatinė stūmos jėga būtų lygi gravitacinės traukos jėgai. Lašelių spinduliai $r = 180\ \mu\mathrm{m}$, o $r << R$.

Sprendimas

Elektrostatinė lašelių sąveikos jėga randama, taikant Kulono dėsnį:

$$F_K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{R^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{R^2}\ , \qquad (1)$$ (1 taškas)

čia ε_0 – elektrinė konstanta, q – elektros krūvis, o R – atstumas tarp lašelių.

Pagal sąlygą elektrostatinė stūmos jėga turi būti absoliutiniu dydžiu lygi gravitacinės traukos jėgai:

$$F_g = F_K\,.$$ (1 taškas)

Remiantis visuotinės traukos dėsniu, lašelių gravitacinės sąveikos jėga apibūdinama lygtimi:

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{R^2} = G\frac{m^2}{R^2},$$ (1 taškas)

čia G – gravitacijos konstanta, m – lašelio masė.

Žinodami, kad lašelio masė $m = \rho \cdot V$, o $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, gauname: (2 taškai)

$$F_g = G\pi^2\frac{16 r^6 \rho^2}{9R^2}. \qquad (2)$$ (1 taškas)

Sulyginę (1) ir (2) lygtis išreiškiame elektros krūvį q ir apskaičiuojame jo didumą:

$$q = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho\sqrt{4\pi\varepsilon_0 G}.$$

$$q = \frac{4}{3}\cdot 3{,}14 \cdot (180 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m})^3 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}\sqrt{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{C^2N^{-1}m^{-2}} \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2kg^{-2}}} \approx$$

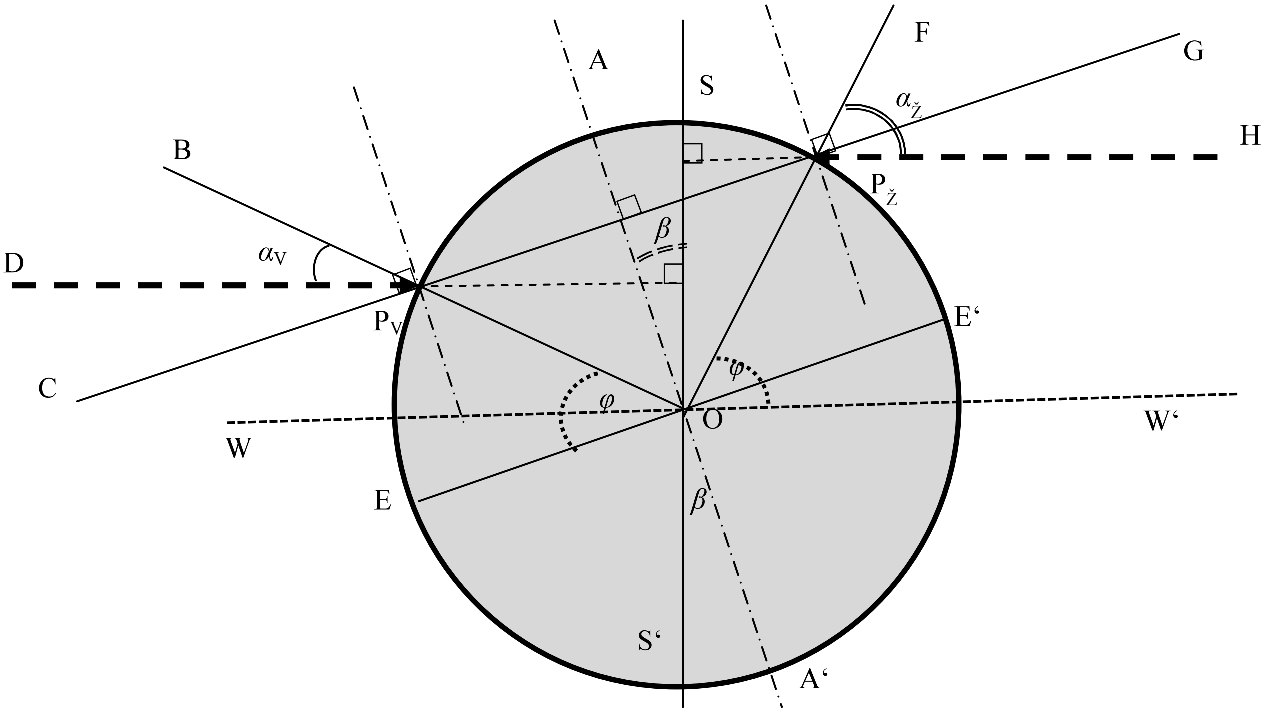
$$\approx 2{,}1 \cdot 10^{-18}\ \mathrm{C}$$

(4 taškai)

5. Kiek kartų k daugiau energijos iš Saulės gauna Palangos paplūdimys saulėtos dienos vidurdienį birželio 22 d., negu gruodžio 22 d.? Palangos platuma $\varphi = 56°$, Žemės sukimosi ašies polinkis $\beta = 23{,}5°$.

Sprendimas

Braižome brėžinį (vieną bendrą, arba du atskirus), kuriame nurodome duotus kampus, Palangos padėtį vasarą (P_V) ir žiemą ($P_Ž$) ir Saulės spindulių kritimo kampus (α_V ir $\alpha_Ž$). (4 taškai)



O – Žemės centras, AA' – Žemės sukimosi ašis, WW' – Žemės orbitos plokštuma, SS' – statmuo Žemes orbitos plokštumai, EE' – Žemės pusiaujas, CG – Palangos paralelė, DP_V – Saulės spinduliai vasarą, $DP_Ž$ – Saulės spinduliai žiemą.

Ieškome santykio $k = E_V / E_Ž$, kur E žymi iš Saulės gaunamą energijos kiekį.

Šią energiją Žemė gauna energiją elektromagnetinės spinduliuotės pavidalu, vadinasi, galima taikyti apšviestumo dėsnį:

$$E = \frac{I}{R^2}\cos\alpha\,, \qquad \text{(1 taškas)}$$

čia I – Saulės šviesos stipris, R – Žemės orbitos spindulis, α – spindulių kritimo kampas. Kadangi galima tarti, kad I ir R nesikeičia, ieškomas santykis:

$$k = \frac{\cos\alpha_v}{\cos\alpha_ž}$$

Rasime α_V. $\alpha_v = \angle BP_vC - \angle DP_vC$.

Tiesė CG yra lygiagreti pusiaujui EE', vadinasi $\angle BP_vC = \varphi$. (1 taškas)

$\angle DP_v C = \angle AOS$, kaip kampai su tarpusavio statmenomis kraštinėmis.

Vadinasi, $\angle DP_v C = \beta$. (1 taškas)

Gauname $\alpha_v = \varphi - \beta$. (1 taškas)

(*Taškai už kampų skaičiavimą skiriami tik už vieną atvejį*)

Rasime $\alpha_ž$. $\alpha_ž C = \angle FP_ž G + \angle GP_ž H$.

Tiesė CG yra lygiagreti pusiaujui EE‘, vadinasi $\angle FP_ž G = \varphi$.

$\angle GP_ž H = \angle AOS$, kaip kampai su tarpusavio statmenomis kraštinėmis. Vadinasi $\angle DP_v C = \beta$

Gauname $\alpha_v = \varphi + \beta$.

$$\boxed{k = \frac{\cos(\varphi - \beta)}{\cos(\varphi + \beta)}.}$$ (1 taškas)

$$k = \frac{\cos(56° - 23{,}5°)}{\cos(56° + 23{,}5°)} = \frac{\cos 32{,}5°}{\cos 79{,}5°} = 4{,}628.$$

$$\boxed{k = 4{,}6}$$ (1 taškas)