64–iosios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados rajono–miesto turas (2016 m.)

10 klasės užduotys

1. Uždarame izoliuotame inde su vandeniu plaukioja $M = 0,1$ kg masės ledo gabalėlis, kuriame įšalęs $m = 5$ g masės švino rutuliukas. Kiek mažiausiai šilumos reikia suteikti sistemai vanduo-ledas, kad rutuliukas nuskęstų? Švino tankis $\rho_s = 11300$ kg/m^3, vandens tankis $\rho_s = 1000$ kg/m^3, ledo tankis $\rho_l = 900$ kg/m^3, savitoji ledo lydymosi šiluma $\lambda_1 = 3,3\times10^5$ J/kg,

2. Į $H = 2$ metrų gylio ežero dugną įkaltas vertikalus stulpas, kurio $h = 0,5$ m kyšo iš vandens. Apskaičiuokite, kokio ilgio yra stulpo šešėlis ežero dugne, jei Saulės spinduliai su vandens paviršiumi sudaro $\beta = 70^\circ$ kampą. Vandens lūžio rodiklis yra 1,33.

3. Dvi 24 V lemputės yra 25 W ir 150 W galingumo. Jos nuosekliai prijungtos prie 230 V elektros tinklo. Nustatykite, kuri iš lempučių perdegs.

4. Ant ekrano susidaro 15 mm aukščio atvaizdas, kai daiktas prieš lęšį yra pastatomas 10 m atstumu, ir 40 mm aukščio, kai daiktas pastatomas 4 m prieš lęšį. Apskaičiuokite lęšio židinio nuotolį.

64–iosios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados rajono–miesto turas (2016 m.)

10 klasė

1. Uždarame izoliuotame inde su vandeniu plaukioja $M = 0{,}1$ kg masės ledo gabalėlis, kuriame įšalęs $m = 5$ g masės švino rutuliukas. Kiek mažiausiai šilumos reikia suteikti sistemai vanduo-ledas, kad rutuliukas nuskęstų? Švino tankis $\rho_s = 11300$ kg/m^3, vandens tankis $\rho_s = 1000$ kg/m^3, ledo tankis $\rho_l = 900$ kg/m^3, savitoji ledo lydymosi šiluma $\lambda_l = 3{,}3\times10^5$ J/kg,

Sprendimas

Kadangi ledas plaukioja vandenyje, tai sistemos vanduo–ledas temperatūra 0 ^oC. (1 taškas)

Kad švininis rutuliukas nuskęstų, nebūtina išlydyti visą ledą – ledo turi išsilydyti tiek, kad bendras ledo–rutuliuko tankis taptų lygus vandens tankiui. (2 taškai)

Pažymime likusio (neišsilydžiusio) ledo masę M_1. Tada sąlygą, kai lede įstrigęs rutuliukas pradės skęsti, galima užrašyti taip:

$$\frac{m + M_1}{V} = \rho_v \quad , \qquad (1) \qquad \text{(1 taškas)}$$

čia ρ_v – vandens tankis.

Švininio rutuliuko ir ledo bendras tūris V lygus:

$$V = \frac{M_1}{\rho_l} + \frac{m}{\rho_s} \qquad (2) \qquad \text{(1 taškas)}$$

(2) įrašę į (1) gauname ledo masę M_1, kuri vis dar bus neišsilydžiusi, tačiau švininis rutuliukas kartu su ledu pradės skęsti:

$$M_1 = m\frac{(\rho_s - \rho_v)\rho_l}{(\rho_v - \rho_l)\rho_s} \qquad (3) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Išsilydyti turi ledo masė $\Delta M = M - M_1$ arba

$$\Delta M = M - m\frac{(\rho_s - \rho_v)\rho_l}{(\rho_v - \rho_l)\rho_s} \qquad (4) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Norint išlydyti ΔM ledo masę, reikia sunaudoti šilumos kiekį, lygų $Q = \lambda\cdot\Delta M$ arba

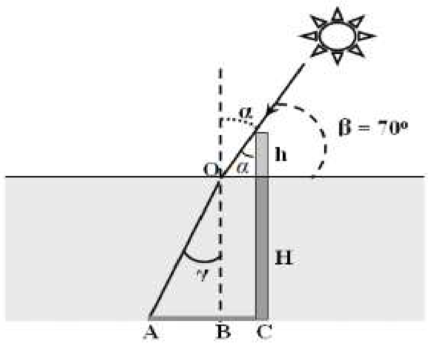
$$Q = \lambda\left(M - m\frac{(\rho_s - \rho_v)\rho_l}{(\rho_v - \rho_l)\rho_s}\right). \qquad (5) \qquad \text{(2 taškai)}$$

$Q \approx 19{,}5\cdot10^3$ J (1 taškas)

2. Į H = 2 metrų gylio ežero dugną įkaltas vertikalus stulpas, kurio h = 0,5 m kyšo iš vandens. Apskaičiuokite, kokio ilgio yra stulpo šešėlis ežero dugne, jei Saulės spinduliai su vandens paviršiumi sudaro $\beta = 70^\circ$ kampą. Vandens lūžio rodiklis yra 1,33.

Sprendimas

Brėžinys - (1 taškas)



Saulės spindulys, pasiekęs vandens paviršių, lūžta. Taikome šviesos lūžio dėsnį:

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma},$$ (1 taškas)

Čia $\alpha = 90^\circ - \beta$, $\alpha = 20^\circ$. (1 taškas)

Atsižvelgus į pav. surandame spindulių lūžio kampą γ:

$$\sin\gamma = \frac{\sin\alpha}{n} = \frac{\sin 20^\circ}{1{,}33} = 0{,}2571;$$ (1 taškas)

$$\gamma = \arcsin(0.2571) \approx 15^\circ;$$

$$\gamma \approx 15^\circ.$$ (1 balas)

Iš brėžinio matome, kad stulpo šešėlio ilgis yra AC. Jis lygus:

AC = AB + BC, (2 balai)

AB = $H \cdot \mathrm{tg}\gamma$, (1 balas)

BC = $h \cdot \mathrm{tg}\alpha$, (1 balas)

Tuomet:

AC = $H \cdot \mathrm{tg}\gamma + h \cdot \mathrm{tg}\alpha$

AC = 0,9 m. (1 balas)

3. Dvi 24 V lemputės yra 25 W ir 150 W galingumo. Jos nuosekliai prijungtos prie 230 V elektros tinklo. Nustatykite, kuri iš lempučių perdegs.

Sprendimas

Pagrindinis šio uždavinio tikslas yra apskaičiuoti realią abejoms lemputėms tenkančią įtampą, kai jos yra pajungtos į elektros tinklą. Jei reali įtampa, tenkanti kuriai nors lemputei viršys didžiausią leistiną ant lemputės nurodytą įtampą, tos lemputės kaitinimo siūlelis, greičiausia, perdegs.

Visų pirma, galima nustatyti lempučių varžą, naudojant jų nominalias įtampos ir galių vertes:

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1} \text{ ir } P_2 = \frac{U^2}{R_2},$$ (1 taškas)

čia U – nominali lempučių įtampa, 24 V. Todėl lempučių galių santykis yra atvirkščiai proporcingas jų varžoms:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{U^2}{R_1}}{\frac{U^2}{R_2}} = \frac{R_2}{R_1}$$ (1 taškas)

Lemputės sujungtos nuosekliai, todėl pratekančios per abi lemputes srovės kiekis yra vienodas. Iš Omo dėsnio seka:

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2},$$ (1 taškas)

Čia U_1 ir U_2 – reali įtampa, tenkanti atitinkamai lemputei.

Taigi,

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{U_2}{U_1}$$ (1 taškas)

Šią varžų santykio išraišką įstatome į prieš tai buvusią lygtį:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{U_2}{U_1}$$ (1 taškas)

Lemputės yra sujungtos nuosekliai, todėl U_1 ir U_2 įtampų suma yra lygi elektros šaltinio įtampai:

$$U_{el} = U_1 + U_2$$

Galime išsireikšti vieną iš realių įtampų:

$U_2 = U_{el} - U_1$, tada

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_{el} - U_1}{U_1} \qquad \text{(2 taškai)}$$

Ir galime apskaičiuoti realią įtampą, tenkančią vienai lemputei, priklausomai nuo jos galios:

$$\frac{P_1}{P_2} U_1 = U_{el} - U_1$$

$$\left(\frac{P_1}{P_2} + 1 \right) U_1 = U_{el} \qquad \text{(1 taškas)}$$

$$U_1 = \frac{P_2}{P_1 + P_2} U_{el}$$

Tokiu pat principu išreiškiama U_2: $U_2 = \frac{P_1}{P_1 + P_2} U_{el}$

Įstatome skaitines vertes:

$$U_1 = \frac{P_2}{P_1 + P_2} U_{el} = \frac{150\ \text{W}}{25\ \text{W} + 150\ \text{W}} \cdot 230\ \text{V} = 197\ \text{V}$$

$$U_2 = \frac{P_1}{P_1 + P_2} U_{el} = \frac{25\ \text{W}}{25\ \text{W} + 150\ \text{W}} \cdot 230\ \text{V} = 33\ \text{V} \qquad \text{(2 taškai)}$$

Kaip matome, reali įtampa, tenkanti 25 W galios lemputei, yra beveik 200 V, tuo tarpu, 150 W galios lemputei – 33 V. Abiem atvejais yra viršijama nominali įtampos vertė, bet nepaisant to, mažesnio galingumo lemputei įtampos perviršis yra žymiai didesnis, todėl joje greičiau išsiskirtų siūlą išlydanti šilumą ir ji perdegtų pirmoji. Tokiu atveju būtų atjungtas elektros tekėjimas grandinėje ir antroji lemputė būtų išsaugota neperdegus.

4. Ant ekrano susidaro 15 mm aukščio atvaizdas, kai daiktas prieš lęšį yra pastatomas 10 m atstumu ir 40 mm aukščio, kai daiktas pastatomas 4 m prieš lęšį. Apskaičiuokite lęšio židinio nuotolį.

Sprendimas:

Abiem atvejams užrašomas plonojo lęšio formulės:

$$\begin{cases} \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F} \\ \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F} \end{cases}$$ (2 taškai)

Pažymime nežinomą daikto aukštį h_x, tuomet didinimas:

$$\frac{f_1}{d_1} = \frac{h_1}{h_x}, \ \frac{f_2}{d_2} = \frac{h_2}{h_x}$$ (2 taškai)

iš čia išreiškiami susidariusių atvaizdų atstumus abiem atvejais:

$$f_1 = \frac{d_1 h_1}{h_x}, \ f_2 = \frac{d_2 h_2}{h_x}$$ (1 taškas)

Statomės į plonojo lęšio lygčių sistemą:

$$\begin{cases} \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_1} + \frac{h_x}{d_1 h_1} = \frac{1}{F} \\ \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{d_2} + \frac{h_x}{d_2 h_2} = \frac{1}{F} \end{cases}$$ (1 taškas)

Iš pirmos lygties išreiškiamas h_x:

$$\begin{cases} h_x = \frac{d_1 h_1}{F} - h_1 \\ \frac{1}{d_2} + \frac{h_x}{d_2 h_2} = \frac{1}{F} \end{cases}$$ (1 taškas)

Išsprendžiama lygčių sistema:

$$\frac{1}{d_2} + \frac{\frac{d_1 h_1}{F} - h_1}{d_2 h_2} = \frac{1}{F} \rightarrow \quad h_2 + \frac{d_1 h_1}{F} - h_1 = \frac{d_2 h_2}{F}$$

$$h_2 - h_1 = \frac{d_2 h_2}{F} - \frac{d_1 h_1}{F} = \frac{1}{F}\left(d_2 h_2 - d_1 h_1\right)$$

$$F = \frac{d_2 h_2 - d_1 h_1}{h_2 - h_1}$$ (2 taškai)

Apskaičiuojame lęšio židinio nuotolį:

$$F = \frac{d_2 h_2 - d_1 h_1}{h_2 - h_1} = \frac{4 \cdot 40 \cdot 10^{-3} - 10 \cdot 15 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-3} - 15 \cdot 10^{-3}} = 0{,}4(\mathrm{m}).$$ (1 taškas)