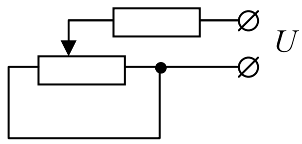
2014 m. Fizikos olimpiados II turo uždaviniai
10 klasė

1. Kūnas paleidžiamas nuožulniąja plokštuma nuo papėdės į viršų, juda lėtėdamas, sustoja ir grįžta atgal į pradinį tašką. 1) Raskite trinties tarp kūno ir nuožulnios plokštumos koeficientą μ, jei kūno leidimosi laikas k = 1,3 karto didesnis už jo kilimo laiką, o nuožulnioji plokštuma su horizontu sudaro kampą $\alpha = 30^\circ$. 2) Raskite, kaip minėtas santykis k priklauso nuo kampo α. Nubrėžkite grafiką.

2. Kiek t = 100°C temperatūros vandens garų reikia įleisti į C = 500 J/K šiluminės talpos indą su m = 200 g t_0 = 0°C temperatūros ledo, kad inde liktų tik vanduo? Ledo savitoji lydymosi šiluma $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ J/kg, vandens savitoji šiluma $c = 4{,}2 \cdot 10^3$ J/(kg·K), savitoji garavimo šiluma $r = 2{,}3 \cdot 10^6$ J/kg. Į aplinką patenka k = 10 % garų atiduotos šilumos.

3. Reostatas sujungtas su rezistoriumi kaip parodyta paveiksle. Grandinė prijungta prie šaltinio, kurio įtampa U palaikoma pastovi. Kokiai reostato šliaužiklio padėčiai esant grandinėje išsiskiria mažiausiai šilumos?



4. Siauras lazerio šviesos pluoštelis pataiko į optiškai skaidrų rutulį taip, kad pluoštelio simetrijos ašis eina per rutulio centrą. Lazerio pluoštelio skersmuo žymiai mažesnis už rutulio spindulį. Koks turi būti tokio optiškai vienalyčio rutulio medžiagos lūžio rodiklis n, kad lazerio pluoštelis būtų fokusuojamas į tašką priešingoje rutulio sienelėje? Koks turi būti šis lūžio rodiklis, kad pluoštelis fokusuotųsi rutulio centre?
Pastaba: mažiems kampams γ galima tarti, kad $\cos\gamma \approx 1$.

2014 m. fizikos olimpiados II turo uždavinių sprendimai
10 klasė

1. Kūnas paleidžiamas nuožulniąja plokštuma nuo papėdės į viršų, juda lėtėdamas, sustoja ir grįžta atgal į pradinį tašką. 1) Raskite trinties tarp kūno ir nuožulnios plokštumos koeficientą μ, jei kūno leidimosi laikas k = 1,3 karto didesnis už jo kilimo laiką, o nuožulnioji plokštuma su horizontu sudaro kampą α = 30°. 2) Raskite, kaip minėtas santykis k priklauso nuo kampo α. Nubrėžkite grafiką.

Sprendimas

1) Į viršų kūnas juda tolygiai lėtėdamas pagreičiu a, kurį lemia sunkio jėgos dedamoji ir trinties jėga, t.y. iš 2-ojo Niutono dėsnio išilgai nuožulnios plokštumos

$$ma = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha . \qquad (1) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Nueitas kelias s lygus

$$s = \frac{at_1^2}{2}. \qquad (2) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Iš (1) ir (2) randame

$$s = \frac{gt_1^2(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{2}. \qquad (3) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Žemyn kūnas juda tolygiai greitėdamas pagreičiu a'. Judant kūnui žemyn 2-asis Niutono dėsnis išilgai nuožulnios plokštumos atrodo taip:

$$ma' = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha . \qquad (4) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Nueitas kelias tas pats:

$$s = \frac{a't_2^2}{2}. \qquad (5) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Iš (4) ir (5) randame

$$s = \frac{gt_2^2(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{2}. \qquad (6) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Iš (3) ir (6) lugčių ir laikų santykio $k = \frac{t_2}{t_1}$ randame

$$\mu = \frac{\mathrm{tg}\alpha(k^2 - 1)}{k^2 + 1} = 0{,}15 . \qquad (7) \qquad \text{(2 taškai)}$$

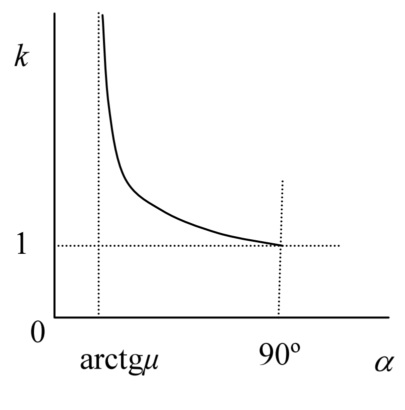
2) Iš (7) analizinės išraiškos randame

$$k = \sqrt{\frac{\mu + \mathrm{tg}\alpha}{\mathrm{tg}\alpha - \mu}} . \qquad (8)$$

(1 taškas)

Čia $\mathrm{tg}\alpha > \mu$, nes esant $\mu \geq \mathrm{tg}\alpha$, kūnas pakilęs plokštuma žemyn nebeslysta.

Nubrėžiame grafiką: (1 taškas)



2. Kiek t = 100°C temperatūros vandens garų reikia įleisti į C = 500 J/K šiluminės talpos indą su m = 200 g t_0 = 0°C temperatūros ledo, kad inde liktų tik vanduo? Ledo savitoji lydymosi šiluma $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$ J/kg, vandens savitoji šiluma $c = 4,2 \cdot 10^3$ J/(kg·K), savitoji garavimo šiluma $r = 2,3 \cdot 10^6$ J/kg. Į aplinką patenka k = 10 % garų atiduotos šilumos.

Sprendimas

Mažiausias garų kiekis yra reikalingas tik ledui išlydyti, o didžiausias – ne tik ledui išlydyti, bet ir iš jo gautam vandeniui bei indui sušildyti nuo 0°C iki 100°C.

Šilumos kiekiai, kuriuos atiduoda vandens garai kondensuodamiesi ir kondensatas ataušdamas, lygūs:

$$Q_1 = rm', \qquad Q_2 = cm_1'(t - t_0). \qquad \text{(1 taškas)}$$

Čia m' - ieškomoji vandens masė.

Šilumos kiekis, reikalingas ledui išlydyti, lygus:

$$Q_3 = \lambda m. \qquad \text{(1 taškas)}$$

Šiluminio balanso lygtis, kai ledas tik išlydomas, :

$$(1-k)(Q_1 + Q_2) = Q_3, \qquad \text{(2 taškai)}$$

$$(1-k)\left[rm_1' + cm_1'(t - t_0)\right] = \lambda m .$$

Taigi,

$$m_1' = \frac{\lambda m}{(1-k)\left[r + c(t - t_0)\right]},$$

$$m_1' = \frac{3,3 \cdot 10^5 \cdot 0,2}{(1-0,1)\left(2,3 \cdot 10^6 + 4,2 \cdot 10^3 \cdot 100\right)} \approx 27 \text{ (g).} \qquad \text{(1 taškas)}$$

Šilumos kiekiai iš ledo gautam vandeniui ir indui sušildyti iki 100°C lygus:

$$Q_4 = cm(t - t_0), \quad Q_5 = C(t - t_0). \qquad \text{(1 taškas)}$$

Šilumos balanso lygtis:

$$(1-k)Q_1 = Q_3 + Q_4 + Q_5, \qquad \text{(2 taškai)}$$

$$(1-k)rm_2' = C(t - t_0) + \lambda m + cm(t - t_0).$$

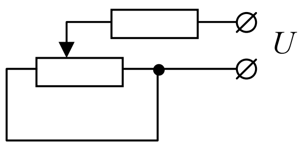
Tuo būdu

$$m_2' = \frac{(C + cm)(t - t_0) + \lambda m}{(1-k)r},$$

$$m_2' = \frac{\left(500 + 4,2 \cdot 10^3 \cdot 0,2\right)100 + 3,5 \cdot 10^5 \cdot 0,2}{(1-0,1) \cdot 2,3 \cdot 10^6} \approx 96,6 \text{ (g).} \qquad \text{(1 taškas)}$$

Taigi, reikiama garų masė gali būti $(27 \div 96,6)$ g intervale. (1 taškas)

3. Reostatas sujungtas su rezistoriumi kaip parodyta paveiksle. Grandinė prijungta prie šaltinio, kurio įtampa U palaikoma pastovi. Kokiai reostato šliaužiklio padėčiai esant grandinėje išsiskiria mažiausiai šilumos?



Sprendimas

Tegul kairiosios reostato dalies varža lygi x. Tada likusiosios reaostato dalies varža lygi $R-x$, čia R – visa reostato (tap pat ir rezistoriaus) varža. (1 taškas)

Jei prie gnybtų prijungta palaikoma pastovi įtampa U, tai grandinėje išsiskiria (pvz., per laiko vienetą) šiluma

$Q=\frac{U^2}{\widetilde{R}}$, čia $\widetilde{R}$ - grandinės atstojamoji varža. (2 taškai)

Ji lygi

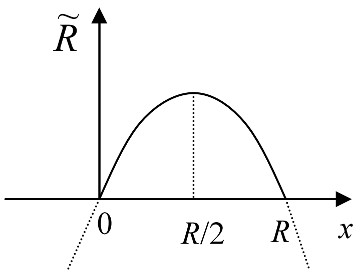
$\widetilde{R}=\frac{x(R-x)}{(R-x)+x}+R=\frac{x(R-x)}{R}+R$. (2 taškai)

Q bus mažiausia, kai $\widetilde{R}$ - didžiausia. (1 taškas)

Pertvarkę $\widetilde{R}$ išraišką gauname

$\widetilde{R}=\frac{x(R-x)}{R}+R=-\frac{1}{R}\left(x-\frac{R}{2}\right)^2+\frac{5R}{4}$. (1 taškas)

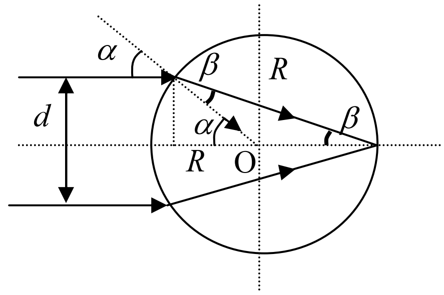
Tai parabolės, kurios šakos eina žemyn, lygtis. Ji pasiekia maksimumą, kai $x=\frac{R}{2}$ (žiūr. pav.). (2 taškai)



Brėžinys – (1 taškas).

4. Siauras lazerio šviesos pluoštelis pataiko į optiškai skaidrų rutulį taip, kad pluoštelio simetrijos ašis eina per rutulio centrą. Lazerio pluoštelio skersmuo žymiai mažesnis už rutulio spindulį. Koks turi būti tokio optiškai vienalyčio rutulio medžiagos lūžio rodiklis n, kad lazerio pluoštelis būtų fokusuojamas į tašką priešingoje rutulio sienelėje? Koks turi būti šis lūžio rodiklis, kad pluoštelis fokusuotųsi rutulio centre?
Pastaba: mažiems kampams γ galima tarti, kad $\cos\gamma \approx 1$.

Sprendimas



Nubraižome lazerio pluoštelio, kurio skersmuo pažymėtas d, spindulių eigą rutulyje. (2 taškai)
Pagal lūžimo dėsnį pluoštelio kraštiniams spinduliams

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} . \quad (1) \qquad (2 \text{ taškai})$$

Iš brėžinio aišku, kad

$R\sin\alpha = (R + R\cos\alpha)\sin\beta$. (2) (2 taškai)

Iš (1) ir (2)

$$n = 1 + \cos\alpha . \quad (1 \text{ taškas})$$

Atsižvelgus į tai, kad $d << R$, α labai mažas, todėl $\cos\alpha \approx 1$.
Taigi, $n = 2$. (2 taškai)
Kad spinduliai fokusuotųsi į rutulio centrą O, iš brėžinio matyti, kad $\beta = 0$.
To būti iš viso negali. (1 taškas)