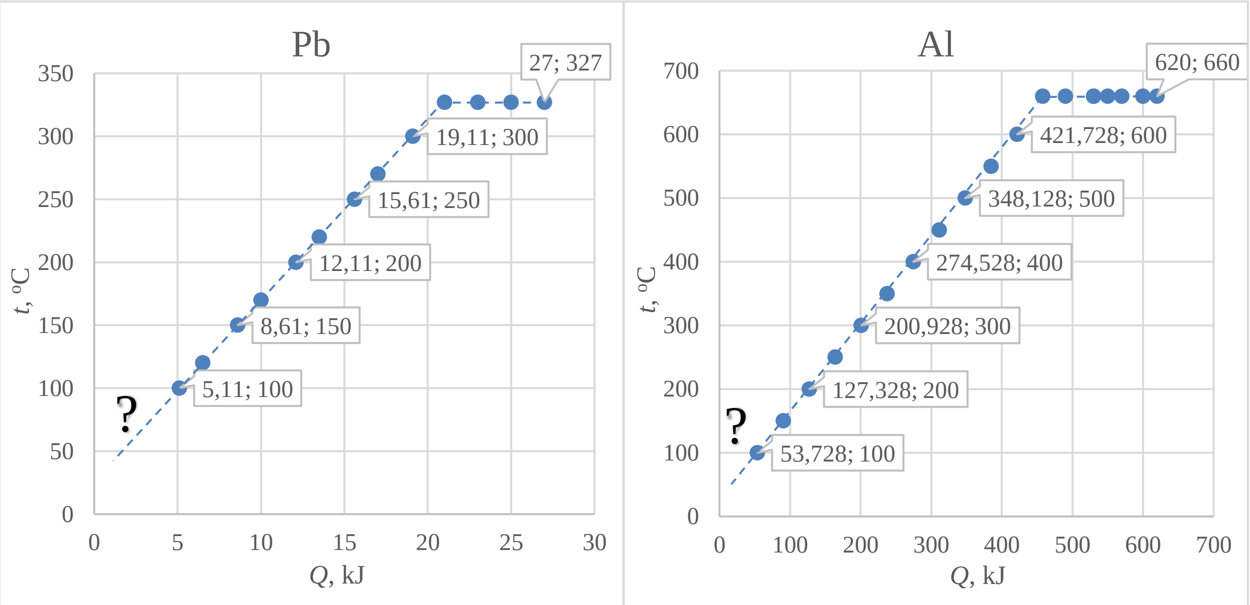
71-osios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados savivaldybės etapas (2024 m.)

9 klasė (užduotys ir sprendimai)

1. Laboratorijoje buvo lydomi 800 g aliuminio ir 500 g švino gabaliukai. Atskiruose grafikuose yra pateiktos jų temperatūrų priklausomybės nuo suteikto šilumos kiekio. Nustatykite šių medžiagų pradines temperatūras, lydymosi temperatūras bei savitąsias šilumas.



Sprendimas

Lydymosi metu temperatūra nesikeičia, todėl iš horizontalios dalies nustatome lydymosi temperatūras: $t_{lyd\ Al} = 660^{o}$C; $t_{lyd\ Pb} = 327^{o}$C. *(2 taškai)*

Iš grafikų kylančių dalių pasirinkus du bet kuriuos taškus nustatoma savitoji šiluma:

$$Q_{Pb\ šyla} = c_{Pb} \cdot m_{Pb} \cdot (t_{2\ Pb} - t_{1\ Pb}),\ \text{iš čia}$$

$$c_{Pb} = \frac{Q_{2\ Pb} - Q_{1\ Pb}}{m_{Pb} \cdot (t_{2\ Pb} - t_{1\ Pb})} = \frac{19110 - 12110}{0{,}5(300 - 200)}\ \frac{\text{J}}{\text{kg °C}} = 140\ \frac{\text{J}}{\text{kg °C}}.$$ *(2 taškai)*

Analogiškai

$$Q_{Al\ šyla} = c_{Al} \cdot m_{Al} \cdot (t_{2\ Al} - t_{1\ Al}),\ \text{iš čia}$$

$$c_{Al} = \frac{Q_{2\ Al} - Q_{1\ Al}}{m_{Al} \cdot (t_{2\ Al} - t_{1\ Al})} = \frac{200928 - 127328}{0{,}8(300 - 200)}\ \frac{\text{J}}{\text{kg °C}} = 920\ \frac{\text{J}}{\text{kg °C}}.$$ *(2 taškai)*

Iš grafikų kylančių dalių pasirinkus pradinį tašką (nežinomasis) ir bet kurį galinį tašką kylančioje grafiko dalyje, nustatoma pradinė temperatūra:

- Pvz. Suteikus šilumos kiekį švino gabaliukas šyla nuo pradinės iki 100°C temperatūros.

$$Q_{šv\ šyla\ nuo\ pradinės\ iki\ 100} = c_{Pb} \cdot m_{Pb} \cdot \left(t_{Pb\ 100} - t_{Pb\ pradinė}\right),$$

$$5110 = 140 \cdot 0{,}5 \cdot \left(100 - t_{Pb\ pradinė}\right),$$

iš čia

$$t_{Pb\ pradinė} = \frac{140 \cdot 0{,}5 \cdot 100 - 5110}{140 \cdot 0{,}5}\ \text{°C} = 27\text{°C}.$$ *(2 taškai)*

- Pvz. Suteikus šilumos kiekį aliuminio gabaliukas šyla nuo pradinės iki 100°C temperatūros:

$$Q_{Al\ šyla\ nuo\ pradinės\ iki\ 100} = c_{Al} \cdot m_{Al} \cdot \left(t_{Al\ 100} - t_{Al\ pradinė}\right),$$

iš čia

$t_{Al\ pradinė} = \frac{920 \cdot 0{,}8 \cdot 100 - 53728}{920 \cdot 0{,}8}$ °C $= 27$°C . *(2 taškai)*

Ats.: $t_{Pb\ pradinė} = 27$°C ; $t_{Pb\ lydymosi} = 327$°C ; $t_{Al\ pradinė} = 27$°C ; $t_{Al\ lydymosi} = 660$°C;

$c_{Pb} = 140\ \mathrm{J/(kg\ °C)}$; $c_{Al} = 920\ \mathrm{J/(kg\ °C)}$.

2. Domas ir Ugnius sporto salėje ruošiasi mokyklos krepšinio varžyboms. Jie artėdami vienas prie kito daug kartų pirmyn ir atgal mėto vienas kitam kamuolį horizontaliai iš rankų į rankas. Kamuolio, Domo ir Ugniaus greičius laikykime pastoviais: 1200 cm/s, 4,32 km/h ir 96 m/min atitinkamai. Tačiau mėtomas kamuolys ore išbūna tik 80 % viso laiko, o likusią laiko dalį kamuolys laikomas rankose. Kokį kelią kamuolys nuskriejo ore per laiką, kol atstumas tarp Domo ir Ugniaus sumažėjo nuo 14,8 m iki 5,0 m. Atsakymą išreikškite decimetrais.

Sprendimas

Perskaičiuojami greičiai [m/s]:

$v_{kamuolio}$ = 1200 cm/s = 12 m/s; *(1 taškas)*

v_{Domo} = 4,32 km/h = 1,2 m/s; *(1 taškas)*

$v_{Ugniaus}$ = 96 m/min = 1,6 m/s; *(1 taškas)*

Kamuolio nuskrietas kelias: $s_{kamuolio\ ore} = v_{kamuolio} \cdot t_{kamuolio\ ore}$ *(1 taškas)*

Domas ir Ugnius vienas prie kito artėjo greičiu:

$v_{artėjo} = v_{Domo} + v_{Ugniaus}$ = 1,2 m/s + 1,6 m/s = 2,8 m/s; *(1 taškas)*

Berniukų nueitas kelias: $s = s_{pradžioje} - s_{pabaigoje}$ = 14,8 m – 5,0 m = 9,8 m; *(1 taškas)*

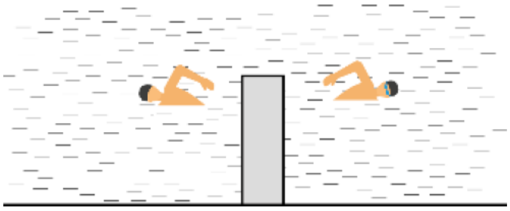
Visas kamuolio laikas ir ore, ir rankose: $t_{visas} = \frac{s}{v_{artėjo}} = \frac{9{,}8}{2{,}8}$ s = 3,5 s ; *(1 taškas)*

Kamuolio laikas ore: $t_{kamuolio\ ore} = 0{,}8 \cdot t_{visas} = 0{,}8 \cdot 3{,}5$ s = 2,8 s; *(1 taškas)*

Kamuolio kelias ore: $s_{kamuolio\ ore} = t_{kamuolio\ ore} \cdot v_{kamuolio} = 2{,}8 \cdot 12$ m = 33,6 m = 336 dm. *(2 taškai)*

Ats.: $s_{kamuolio\ ore}$ = 336 dm.

3. Du draugai, Tomas ir Ignas, nusprendė išsiaiškinti, kuris iš jų plaukia greičiau. Abu draugai vienu metu nušoko nuo tiltelio į upę ir plaukė priešingomis kryptimis pagal kranto liniją. Po tam tikro laiko T abu apsisuko ir plaukė atgal. Po apsisukimo Tomas į starto vietą grižo per laiką $T/2$, o Ignas – per laiką $2T$. Kuris iš draugų plaukia greičiau ir kiek kartų kiekvieno iš jų greitis vandens atžvilgiu yra didesnis už upės tėkmės greitį?



Sprendimas

Tas berniukas, kuris po starto plaukė pasroviui, per laiką T nuplaukė atstumą

$$L_1 = (v_1 + v)T, \quad (1)$$ *(1,5 taško)*

čia v – upės srovės tėkmės greitis, v_1 – berniuko plaukimo greitis vandens atžvilgiu.

Per laiką T šis berniukas (Ignas) nutolsta nuo starto vietos didesniu atstumu nei Tomas ir tam, kad grįžtų plaukiant prieš srovę, užtrunka $2T$, t. y. *(1,5 taško)*

$$L_1 = (v_1 - v)2T, \quad (2)$$

Įvertinę (1) ir (2) sąryšius gauname Igno plaukimo greitį:

$$(v_1 + v)T = (v_1 - v)2T \;\Rightarrow\; v_1 + v = 2v_1 - 2v \;\Rightarrow\; v_1 = 3v. \quad (3)$$ *(1,5 taško)*

Tomas, kuris po starto plaukė prieš srovę, per laiką T nuplaukė atstumą

$$L_2 = (v_2 - v)T. \quad (4)$$ *(1,5 taško)*

Tomas tam, kad grįžtų plaukiant pasroviui, užtrunka $T/2$, t.y.

$$L_2 = (v_2 + v)\frac{T}{2}. \quad (5)$$ *(1,5 taško)*

Įvertinę (4) ir (5) sąryšius gauname Tomo plaukimo greitį:

$$(v_2 - v)T = (v_2 + v)\frac{T}{2} \;\Rightarrow\; 2v_2 - 2v = v_2 + v \;\Rightarrow\; v_2 = 3v. \quad (6)$$ *(1,5 taško)*

Iš (3) ir (6) išraiškų plaukia išvada, kad abu draugai **plaukia vienodu greičiu**, kuris yra 3 kartus didesnis nei upės tėkmės greitis: *(1 taškas)*

$$v_1 = v_2 = 3v. \quad (7)$$

Ats.: Abu draugai plaukia vienodu greičiu, kuris yra 3 kartus didesnis nei upės tėkmės greitis.

4. Strėlė paleidžiama iš lanko vertikaliai aukštyn 30 m/s greičiu. Kokiame aukštyje strėlės kinetinė energija bus lygi jos potencinei energijai? Laikykite, kad $g = 10$ m/s^2.

Sprendimas

Tegu strėlės potencinė energija lygi kinetinei energijai aukštyje h. *(1 taškas)*

Kadangi visa strėlės energija lygi kinetinės ir potencinės energijos sumai, ir $E_{kin.} = E_{pot.}$,*(1 taškas)* gauname:

$$E = E_{kin.} + E_{pot.} = 2\,E_{pot.} = 2\,mgh.$$ *(3 taškai)*

Pagal energijos tvermės dėsnį ši energija lygi strėlės pradinei kinetinei energijai:

$$E = \frac{mv_0^2}{2} = 2mgh.$$ *(2 taškai)*

Iš čia

$$h = \frac{v_0^2}{4g}\,.$$ *(2 taškai)*

Suskaičiavę gauname:

$$h = \frac{30^2}{4\cdot 10}\ \text{m} = 22{,}5\ \text{m}$$ *(1 taškas)*

Ats.: $h = 22{,}5$ m.

5. Ant stalo norime pateikti atšaldytą iki $t_1 = 15\,°\mathrm{C}$ temperatūros vandenį. Virtuvėje esančio vandens temperatūra $t_0 = 25\,°\mathrm{C}$. Šaldytuve yra $V_0 = 10\,\mathrm{cm}^3$ tūrio ledo kubelių, atšaldytų iki $t_2 = -18\,°\mathrm{C}$ temperatūros. Kelis ledo kubelius reikia įmesti į vandenį, norint gauti $V = 3\,\ell$ atšaldyto vandens? Vandens tankis $\rho_v = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$, ledo – $\rho_\ell = 900\ \mathrm{kg/m^3}$, vandens savitoji šiluma $c_v = 4200\,\mathrm{J/(kg\cdot°C)}$, ledo savitoji šiluma $c_\ell = 2100\,\mathrm{J/(kg\cdot°C)}$, ledo savitoji lydymosi šiluma $\lambda = 3{,}3\cdot10^5\ \mathrm{J/kg}$. Šilumos nuostolių nepaisykite.

Sprendimas

Ledo kubelių skaičius *n* lygus $n = V_\ell / V_0$, *(1taškas)*

čia V_ℓ – visų ledo kubelių tūris. Jei visų ledo kubelių masė m_ℓ, tai $V_\ell = \dfrac{m_\ell}{\rho_\ell}$.

Ledo masę m_ℓ apskaičiuosime iš šilumos balanso lygties. Ledas gauna šilumos kiekį ledui pašildyti nuo $-18\,°\mathrm{C}$ iki t = $0\,°\mathrm{C}$, išlydyti jį pastovioje $0\,°\mathrm{C}$ temperatūroje ir gautą vandenį pašildyti nuo $0\,°\mathrm{C}$ iki $15\,°\mathrm{C}$ temperatūros:

$$Q_1 = c_\ell m_\ell (t - t_2) + \lambda m_\ell + c_v m_\ell (t_1 - t)\ . \qquad \textit{(2 taškai)}$$

Atšaldamas vanduo atiduoda šilumos kiekį: $Q_2 = c_v m_v (t_0 - t_1)$, *(1 taškas)*

čia m_v – paimto šilto vandens masė. Pagal energijos tvermės dėsnį $Q_1 = Q_2$, t.y.

$$c_v m_v (t_0 - t_1) = m_\ell \left(c_\ell (t - t_2) + \lambda + c_v (t_1 - t)\right). \qquad (1) \qquad \textit{(1 taškas)}$$

Jei *m* – viso reikalingo vandens masė, akivaizdu, kad $m_v + m_\ell = m = \rho_v V$. Iš čia

$$m_v = \rho_v V - m_\ell . \qquad (2) \qquad \textit{(1 taškas)}$$

(2) lygtį įrašę į (1) gauname:

$$m_\ell = \frac{c_v \rho_v V (t_0 - t_1)}{c_\ell (t - t_2) + \lambda + c_v (t_1 - t) + c_v (t_0 - t_1)} = \frac{c_v \rho_v V (t_0 - t_1)}{c_\ell (t - t_2) + \lambda + c_v (t_0 - t)}. \qquad \textit{(1 taškas)}$$

Išsilydžiusio ledo tūris $V_\ell = \dfrac{m_\ell}{\rho_\ell}$. Vadinasi, norint atvėsinti vandenį iki reikiamos temperatūros, būtina paimti $n = \dfrac{V_\ell}{V_0} = \dfrac{m_\ell}{\rho_\ell V_0}$ ledo kubelių.

Įrašę čia m_ℓ vertę, gauname:

$$n = \frac{\rho_v V}{\rho_\ell V_0} \cdot \frac{c_v (t_0 - t_1)}{c_\ell (t - t_2) + \lambda + c_v (t_0 - t)}. \qquad \textit{(2 taškai)}$$

Suskaičiavę gauname:

$$n = \frac{1000\cdot3\cdot10^{-3}}{900\cdot10\cdot10^{-6}} \cdot \frac{4200\cdot(25-15)}{2100\cdot\left(0-(-18)\right) + 3{,}3\cdot10^5 + 4200\cdot(25-0)} \approx 30\,. \qquad \textit{(2 taškai)}$$

Ats.: $n \approx 30$.

71-osios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados savivaldybės etapas (2024 m.)

10 klasė (užduotys ir sprendimai)

1. Berniukas pripučiama valtimi nuplaukė atstumą S upės tekėjimo kryptimi ir, naudodamas tiek pat pastangų, sugrįžo atgal. Tada pakartojo savo bandymą ežere nuplaukdamas tokį patį atstumą pirmyn ir atgal. Valties greitis vandens atžvilgiu v_0 =2 m/s. Kokiam upės greičiui v esant ežere sugaištas laikas t_e ir upėje t_u sugaištas laikas skirsis 2 kartus**?**.

Sprendimas

Ežere nuplaukiant nuotolį S sugaištas laikas lygus

$t_e = 2S/v_0$, (1 taškas)

Upėje sugaištas laikas plaukiant upės tekėjimo kryptimi, t_1, ir laikas plaukiant prieš srovę, t_2, yra, atitinkamai,

$$t_1 = \frac{S}{v_0 + v} \text{ ir } t_2 = \frac{S}{v_0 - v}.$$ (1 taškas)

Bendras laikas pasroviui ir prieš srovę

$$t_u = t_1 + t_2 = \frac{2Sv_0}{v_0^2 - v^2}.$$ (1 taškas)

Kadangi nenurodyta, kuris laikas didesnis du kartus, turime patikrinti du atvejus

$$\frac{t_u}{t_e} = 2 \text{ ir } \frac{t_e}{t_u} = 2$$ (2 taškai)

Pirmuoju atveju gauname

$$\frac{t_u}{t_e} = \frac{2Sv_0}{v_0^2 - v^2} : \frac{2S}{v_0} = \frac{v_0^2}{v_0^2 - v^2} = 2 \quad \Rightarrow \quad v = \frac{v_0}{\sqrt{2}}. \qquad (1)$$ (2 taškai)

Antruoju atveju

$$\frac{t_u}{t_e} = \frac{2Sv_0}{v_0^2 - v^2} : \frac{2S}{v_0} = \frac{v_0^2}{v_0^2 - v^2} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad v_0^2 = -v^2.$$ (1 taškas)

Antrasis atvejis matematiškai negalimas. Taip atsitinka tuo atveju, kai upės greitis lygus arba didesnis nei valties greitis vandens atžvilgiu, t.y. $v_0 \le v$. Tuomet berniukas upėje negali sugrįžti į pradinę padėtį, nes jo valties greitis yra per mažas lyginant su užės greičiu. (1 taškas)

Taigi iš (1) suskaičiuojame upės greitį: $v = \frac{v_0}{\sqrt{2}} \approx 1{,}4$ m/s (1 taškas)

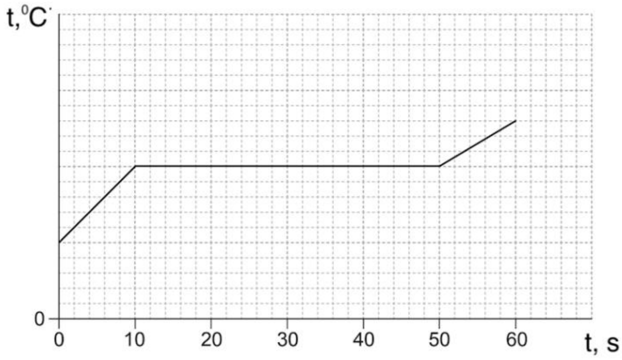
Ats.: $v \approx 1{,}4$ m/s.

2. Pradiniu laiko momentu ant šildytuvo padėtas indas su 0,60 kg skysčio. Šildytuvas per vienodus laiko tarpus tiekia vienodą šilumos kiekį. Skysčio savitoji garavimo šiluma yra 200 kJ/kg. Iliustracijoje pavaizduota, kaip keitėsi šildomo skysčio temperatūra laikui bėgant. Į energijos nuostolius neatsižvelkite.

a) Įvardinkite iliustracijoje stebimus fizikinius reiškinius.

b) Apskaičiuokite naudojamo šildytuvo galią.

c) Kurioje agregatinėje būsenoje esančio skysčio savitoji šiluma yra didesnė ir kiek kartų? Atsakymą pagrįskite.



Sprendimas

a) Nuo 0 iki 10 s vyko skysčio šilimas, nuo 10 s iki 50 s – skystis virė (virimas), nuo 50 s iki 60 s – skysčio garai šilo (šilimas). (3 taškai)

b) Skysčio išgarinimui reikalingas šilumos kiekis yra lygus

$$Q = Lm,$$ (1 taškas)

čia L – savitoji garavimo šiluma, m – skysčio masė. Tuomet šildytuvo galia

$$P = \frac{Q}{t},$$ (1 taškas)

čia t yra laikas, per kurį skystis gavo šį šilumos kiekį Q.

Iš grafiko nustatome, kad virimo procesas vyko t = 40 s. (1 taškas)

Apskaičiuojame šildytuvo galią:

$$P = \frac{mL}{t} = \frac{0{,}60\ \text{kg} \cdot 2 \cdot 10^5\ \text{J/kg}}{40\ \text{s}} = 3000\ \text{W}.$$ (1 taškas)

c) Garų savitoji šiluma yra didesnė.

Abiejuose šilimuose per tą patį laiką (10 s) medžiaga gavo tą patį šilumos kiekį:

$$c_1 m \Delta t_1 = c_2 m \Delta t_2, \ \text{iš čia} \ \frac{c_2}{c_1} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}.$$ (1 taškas)

Čia vienetu pažymėti fizikiniai dydžiai skysčiui, dvejetu – garams.

Iš grafiko nustatome, kad

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{5}{3},$$ (1 taškas)

taigi dujinės medžiagos savitoji šiluma yra didesnė:

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{5}{3} \approx 1{,}67 \ \text{karto}.$$ (1 taškas)

Ats.: a) šildymas, virimas, šildymas; b) 3000 W; c) dujinės medžiagos savitoji šiluma 1,67 karto didesnė už skysčio savitąją šilumą.

3. Cilindro formos inde vandenyje plūduriuoja putplasčio plytelė, ant kurios padėtas kubo formos kūnas. Nuėmus kubą, ir išėmus putplasčio plytelę, vandens lygis inde sumažėja $h_1 = 0{,}15$ m. Dabar kūną pilnai įleidus į vandenį, vandens lygis padidėjo $h_2 = 0{,}05$ m. Koks medžiagos, iš kurios pakabintas kubas, tankis ρ?. Vandens tankis $\rho_v = 1000$ kg/m^3. Putplasčio plytelės masės nepaisykite

Sprendimas

Plūduriuojančios sistemos (putplasčio plytelės ir kūno) išstumto vandens tūris yra lygus sandaugai Sh_1, čia S – cilindrinio indo skerspjūvis. (3 taškai)

Tuomet šią sistemą veikianti Archimedo jėga kompensuoja kubo kuriamą sunkio jėgą: (2 taškai)

$$mg = \rho_v g S h_1, \qquad (1)$$

čia m – kubo masė, ρ_v – vandens tankis.

Pilnai panardinus kubą į vandenį, išstumtas vandens tūris lygus kubo tūriui: (2 taškai)

$$Sh_2 = V\ .$$

Tuomet kūno tankis

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{Sh_2}\ . \qquad (2)$$

(1 taškas)

Iš (1) lygties išreiškę kūno masę bei įrašę ją į (2) lygtį, gauname:

$$\rho = \frac{\rho_v S h_1}{S h_2} = \rho_v \frac{h_1}{h_2}\ .$$

(1 taškas)

Suskaičiavę, gauname $\rho = 3000$ kg/m^3. (1 taškas)

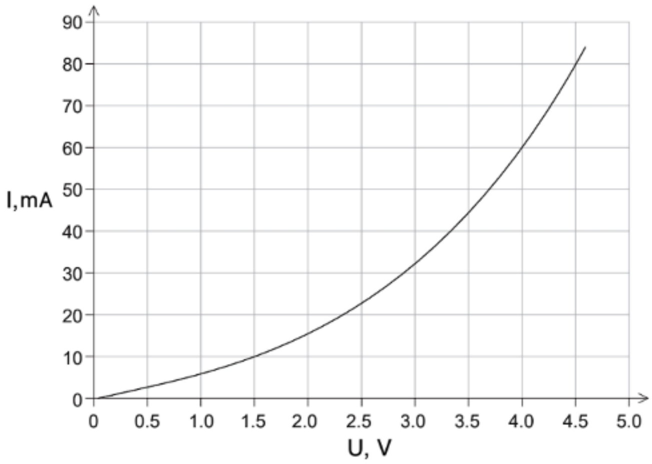
Ats.: $\rho = 3000$ kg/m^3.

4. Žemiau iliustracijoje 4a pavaizduota į grandinę įjungto netiesinio rezistoriaus X voltamperinė charakteristika.

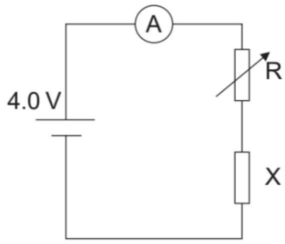
a) Šis netiesinis rezistorius X sujungtas su reguliuojamos varžos rezistoriumi taip, kaip parodyta schemoje 4b. Į grandinę įjungtas ampermetras rodo 20 mA. Apskaičiuokite, kokia yra nustatyta reguliuojamojo rezistoriaus varža.

b) Ką rodys ampermetras, jei abu rezistorius sujungsime taip, kaip pavaizduota 4c schemoje, o reguliuojamojo rezistoriaus varža R bus lygi 100 Ω.

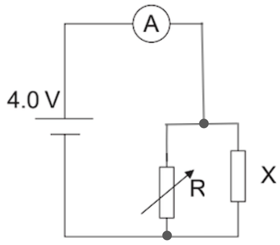
Abiem atvejais šaltinio, ampermetro bei jungiamųjų laidų varžų nepaisykite.



4a pav.



4b pav.



4c pav.

Sprendimas.

a) Rezistoriai 4b grandinėje sujungti nuosekliai, todėl srovės stipris juose vienodas, o įtampa pasidalina. (1 taškas)

Pasinaudojus pateikta voltamperine charakteristika, nustatome X medžiagos galuose esančią įtampą, atitinkančią ampermetro rodomą srovės stiprį:

$U_x = 2{,}3\text{ V}$ (1 taškas)

Randame reguliuojamojo rezistoriaus įtampą:

$U_R = U - U_x,$ (1 taškas)

čia U = 4 V – prijungto šaltinio elektrovara 4 V. Taikome Omo dėsnį grandinės daliai:

$R = \dfrac{U_R}{I} = \dfrac{U - U_X}{I}$ (1 taškas)

ir apskaičiuojame įjungto rezistoriaus varžą:

$R = \dfrac{1{,}7\text{ V}}{0{,}02\text{ A}} = 85\ \Omega\,.$ (1 taškas)

b) Rezistoriai grandinėje 4c sujungti lygiagrečiai, todėl įtampos abiejose grandinės dalyse yra vienodos ir lygios šaltinio elektrovarai U = 4 V, o srovės stipriai susideda. (1 taškas)

Iš pateiktos voltamperinės charakteristikos nustatome X medžiagoje tekančios srovės stiprį:

$I_X = 60\text{ mA}.$ (1 taškas)

Pasinaudoję Omo dėsniu grandinės daliai nustatome srovės stiprį rezistoriuje R:

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{4\ \text{V}}{100\ \Omega} \approx 0{,}04\ \text{A}\,.$$ (1 taškas)

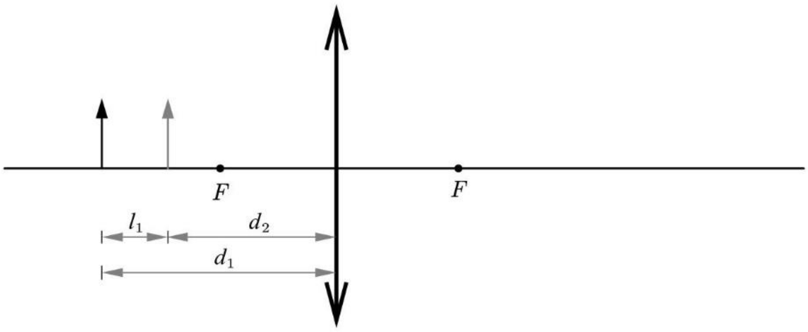
Tuomet į grandinę įjungtas ampermetras rodys srovės stiprį

$$I = I_R + I_X = \frac{U}{R} + I_X,$$ (1 taškas)

$$I = 0{,}04\ \text{A} + 0{,}06\ \text{A} = 0{,}1\ \text{A}\,.$$ (1 taškas)

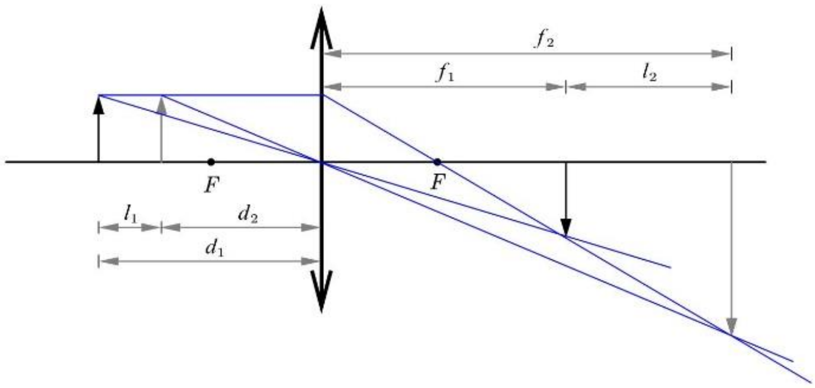
Ats.: a) 85 Ω; b) 0,1 A.

5. Su plonuoju lęšiu ekrane gautas lygiai tokio pat dydžio atvaizdas. Daiktą pastūmus l_1 = 2 cm atstumu link lęšio (žr. pav.), ryškus 2,5 karto padidintas atvaizdas buvo gautas tik pastūmus ekraną. Užbaikite braižyti brėžinį ir nustatykite, kam lygus ekrano postūmis.



Sprendimas.

Braižome brėžinį. (2 taškai)



Užrašome lygtis, kam lygus lęšio didinimas pirmuoju ir antruoju atvejais:

$$\Gamma_1 = \frac{f_1}{d_1},$$ (1 taškas)

$$\Gamma_2 = \frac{f_2}{d_2}$$ (1 taškas)

Daikto postūmis $l_1 = d_1 - d_2$, o ekrano postūmis: $l_2 = f_2 - f_1$. (1 taškas)

Pagal sąlygą abu atvaizdai gauti su tuo pačiu lęšiu. Todėl, pasinaudodami lęšio formule galime užrašyti:

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{d_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} = \frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1},$$ (2 taškai)

iš čia subendravardiklinę išreiškiame skirtumą

$$f_2 - f_1 = \frac{f_1}{d_1}\frac{f_2}{d_2}\left(d_1 - d_2\right).$$ (1 taškas)

Į šią išraišką įrašę aukščiau pateiktas lygtis, gauname ekrano postūmio formulę

$$l_2 = l_1 \cdot \Gamma_1 \cdot \Gamma_2.$$ (1 taškas)

Apskaičiavę gauname, kad $l_2 = 0{,}05\ \text{m} = 5\ \text{cm}$. (1 taškas)

Ats.: $l_2 = 5$ cm.

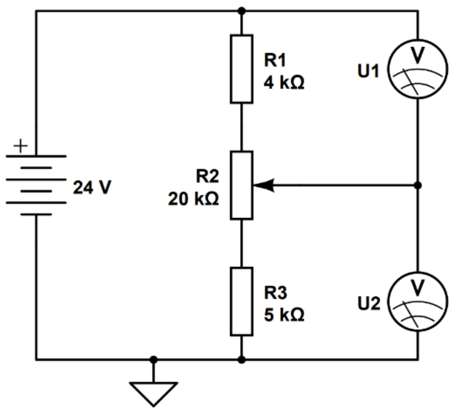
71-osios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados savivaldybės etapas (2024 m.)

11 klasė (užduotys ir sprendimai)

1. Turime elektros grandinę, kuri yra sudaryta iš dviejų varžų ir vieno reostato. Jų vertės parodytos schemoje.

a) Apskaičiuokite šioje elektros grandinėje tekančią srovę.

b) Apskaičiuokite kiekvieno voltmetro rodomą įtampą, kai potenciometro šliaužiklis yra 1) minimalioje (viršutinėje) padėtyje $U_{1\min}$ ir $U_{2\min}$; 2) maksimalioje (apatinėje) padėtyje $U_{1\max}$, $U_{2\max}$.



Sprendimas

a) Visos varžos sujungtos nuosekliai, todėl visa grandinės varža:

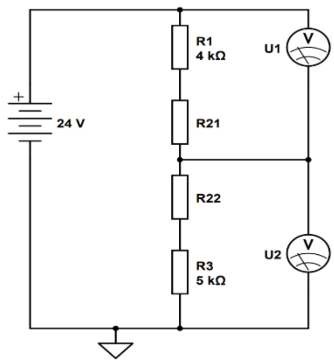
$R = R_1 + R_2 + R_3.$ (1 taškas)

Grandine tekanti srovė apskaičiuojama pagal Omo dėsnį:

$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_1+R_2+R_3}.$ (2 taškai)

Suskaičiavę gauname $I = 0{,}828$ mA. (1 taškas)

b) Pavaizduotą grandinę galima pakeisti ekvivalentine.



1) Kai potenciometro padėtis padėtyje min:

$R_1 = 4$ kΩ, $R_{21} = 0$ kΩ, $R_{22} = 20$ kΩ, $R_3 = 5$ kΩ. (1 taškas)

$U_{1\min} = I(R_1 + R_{21}) = IR_1,$ (1) (0,5 taško)

$U_{2\min} = I(R_{22} + R_3) = I(R_2 + R_3).$ (2) (0,5 taško)

Suskaičiavę gauname:

$U_{1\min} = 3{,}31$ V, $U_{2\min} = 20{,}69$ V. (1 taškas)

(Pastaba vertintojams: pagal (1) ar (2) nustačius vieno iš voltmetrų rodmenis, kito rodomą galima rasti ir apskaičiuojant skirtumą: $U_{1\min} = U - U_{2\min} = 3{,}31$ V arba $U_{2\min} = U - U_{1\min} = 20{,}69$ V. Už bet kokį teisingą šios dalies sprendimą duodami visi 3 taškai.)

2) Kai potenciometro padėtis padėtyje max:

$R_1 = 4$ kΩ, $R_{21} = 20$ kΩ, $R_{22} = 0$ kΩ, $R_3 = 5$ kΩ. (1 taškas)

$U_{1\max} = I(R_1 + R_{21}) = I(R_1 + R_2),$ (0,5 taško)

$U_{2\max} = I(R_{22} + R_3) = IR_3.$ (0,5 taško)

Suskaičiavę gauname:

$U_{1\max} = 19{,}87$ V, $U_{2\max} = 4{,}14$ V. (1 taškas)

(Pastaba vertintojams: nustačius vieno iš voltmetrų rodmenis, kito rodomą galima rasti ir apskaičiuojant skirtumą: $U_{1\max} = U - U_{2\max} = 19{,}86$ V arba $U_{2\max} = U - U_{1\max} = 4{,}13$ V. Už bet kokį teisingą šios dalies sprendimą duodami visi 3 taškai. Galimos 0,01 V apvalinimo paklaidos.)

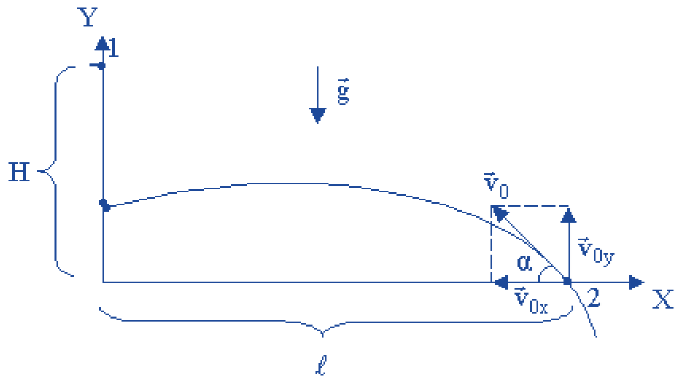
2. Susitiko du draugai prie Vilniaus televizijos bokšto ir pamėgino išsiaiškinti, ar krintantis ir metamas akmuo gali susidurti vienas su kitu. Vienas iš jų pakilo liftu į televizijos bokštą 165 m aukštyje, o kitas, atsistojęs tiesiai po savo draugu, nužingsniavo tiesia trajektorija 20 metrų atstumą nuo bokšto. Pirmasis paleido be pradinio greičio laisvai kristi akmenį, o kitas tuo pačiu metu kampu į horizontą numetė savo akmenį. Po kelių mėginimų abiejų draugų mesti akmenys susidūrė.

a) Pateikite uždavinio brėžinį.

b) Apskaičiuokite, kokiu kampu buvo mestas akmuo, kai akmenys susidūrė vienas su kitu. Išmetimo kampas nepriklauso nuo pradinio greičio.

Sprendimas

a)



(3 taškai)

b) Kad akmenys susidurtų, jų koordinatės X ir Y turi būti lygios. Užrašome judėjimo lygtis abiem akmenims:

X kryptimi: $x_1 = 0,$ (0,5 taško)

$x_2 = l - v_{0x}t.$ (0,5 taško)

Iš čia $v_{0x}t = l.$ (1) (0,5 taško)

Y kryptimi: $y_1 = H - \frac{gt^2}{2},$ (0,5 taško)

$y_2 = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}.$ (0,5 taško)

Iš čia $v_{0y}t = H.$ (2) (0,5 taško)

t – judėjimo laikas, abiem atvejais vienodas.

Iš brėžinio: $v_{0x} = v_0 \cos\alpha,$ (3) (1 taškas)

$v_{0y} = v_0 \sin\alpha.$ (4) (1 taškas)

(3) ir (4) įrašę atitinkamai į (1) ir (2) bei padalinę gautas lygtis vieną iš kitos, gauname:

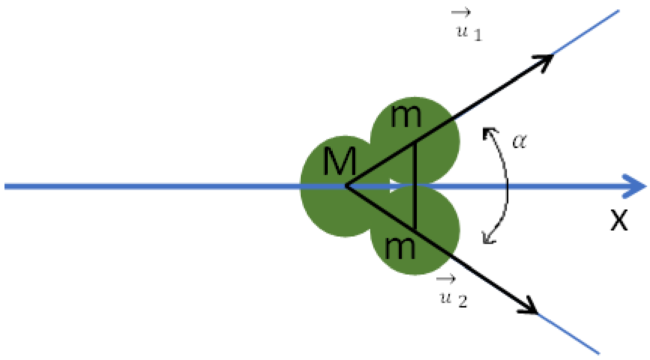
$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{H}{l},$ (1 taškas)

iš čia $\alpha = \mathrm{arctg}\frac{H}{\ell} \approx 83°$. (1 taškas)

Galime pastebėti, kad antrojo draugo akmens išmetimo kampas nepriklauso nuo pradinio greičio.

3. Turime du vienodus 2,72 kg masės boulingo rutulius, padėtus taip, kad jie liečia vienas kitą. Liestinės, einančios per rutulių sąlyčio tašką, kryptimi slysta trečiasis boulingo rutulys. Nustatykite trečiojo rutulio masę, jeigu po smūgio jis sustojo. Visų rutulių spinduliai vienodi, o smūgis yra tamprus, trinties nepaisyti.

Sprendimas



Nejudantys rutuliai po smūgio nulėks kryptimis, tarp kurių yra $\alpha = 60°$ kampas (rutuliai sąveikauja išilgai tiesių, jungiančių jų centrus, o rutulių spinduliai vienodi). (1 taškas)

Užrašome judesio kiekio tvermės dėsnį:

$$M\vec{v} = m\vec{u}_1 + m\vec{u}_2. \qquad (1 \text{ taškas})$$

Suprojektuojame į X ašį:

$$Mv = mu_1\cos\frac{\alpha}{2} + mu_2\cos\frac{\alpha}{2}. \qquad (2) \qquad (1 \text{ taškas})$$

Suprojektuojame į Y ašį:

$$mu_1 \sin\frac{\alpha}{2} - mu_2 \sin\frac{\alpha}{2} = 0 \;\;\Rightarrow\;\; u_1 = u_2 = u. \qquad (3) \qquad (1 \text{ taškas})$$

Todėl iš (2):

$$Mv = 2mu\cos\frac{\alpha}{2}. \qquad (4) \qquad (1 \text{ taškas})$$

Pagal energijos tvermės dėsnį:

$$\frac{Mv^2}{2} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2}. \qquad (1 \text{ taškas})$$

Atsižvelgę į (3) gauname, jog $Mv^2 = 2mu^2$, iš čia

$$u = \sqrt{\frac{Mv^2}{2m}}. \qquad (5) \qquad (1 \text{ taškas})$$

(5) įrašome į (4) ir gauname: $M = 2m\cos^2\frac{\alpha}{2}$. (1 taškas)

Kadangi $\alpha = 60°$, o $\cos\frac{60°}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, tai

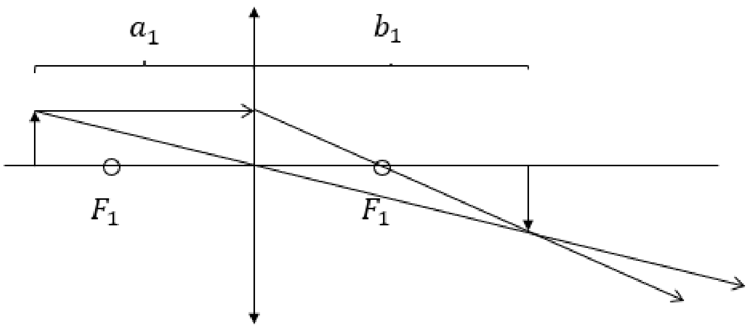
$$M = \frac{3}{2}m\,. \qquad (1 \text{ taškas})$$

Suskaičiavę, gauname

$$M = 4{,}08 \text{ kg}. \qquad (1 \text{ taškas})$$

4. Optinio mikroskopo pagrindiniai elementai – du glaudžiamieji lęšiai (objektyvas ir okuliaras), kurie sukuria objekto galutinį atvaizdą toje pačioje plokštumoje, kurioje yra ir objektas. Koks yra šių lęšių židinio nuotolių santykis, jei pirmasis lęšis didina vaizdą 3 kartus, o bendras sistemos didinimas yra 30? Objektas yra pastatomas atstumu a_1 nuo pirmojo (arčiausia jam esančio) lęšio, lęšiai laikomi idealiais. Nubrėžkite brėžinius, iliustruojančius, kaip susidaro objekto atvaizdai.

Sprendimas



Atvaizdo sukūrimas pirmuoju lęšiu. (brėžinys)

(1 taškas)

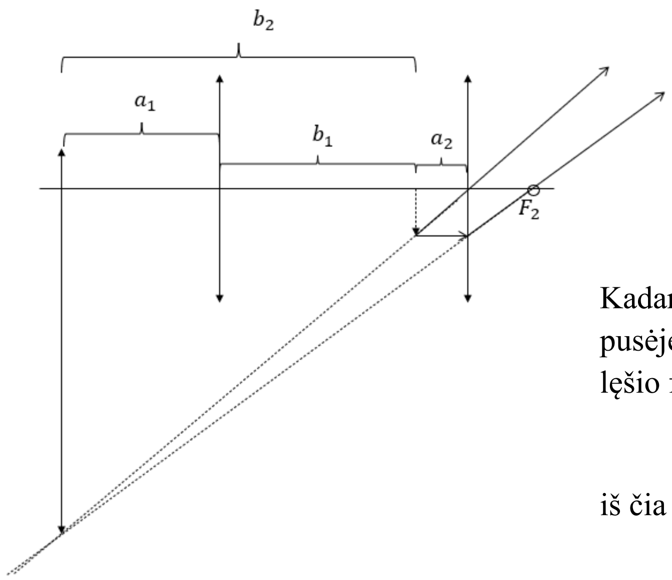
Pagal plonojo lęšio formulę:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} \rightarrow f_1 = \frac{a_1 b_1}{a_1 + b_1}. \qquad (1) \qquad (0{,}5 \text{ taško})$$

Pagal didinimą ($\Gamma_1 = 3$), galima b_1 išreikšti per žinomą atstumą a_1:

$$\Gamma_1 = \frac{b_1}{a_1} \quad \Rightarrow \quad b_1 = 3a_1\,. \qquad (2) \qquad (1 \text{ taškas})$$

Turint pirmąjį atvaizdą, galima jį laikyti nauju objektu, kurio vaizdą suformuoja antrasis lęšis.



Atvaizdo sukūrimas antruoju lęšiu. (brėžinys)

(1 taškas)

Kadangi atvaizdas sukuriamas toje pačioje lęšio pusėje, kur yra ir pats objektas, tai pagal plonojo lęšio formulę turime:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{a_2} - \frac{1}{b_2},$$

iš čia

$$f_2 = \frac{a_2 b_2}{b_2 - a_2}. \qquad (3) \qquad (1 \text{ taškas})$$

Pagal antrojo lęšio didinimą (Γ_2 =10):

$$b_2 = 10a_2\,. \qquad (4) \qquad (1 \text{ taškas})$$

Kadangi galutinis atvaizdas suformuojamas toje pačioje plokštumoje kaip ir objektas:

$$b_2 = a_1 + b_1\,. \qquad (1 \text{ taškas})$$

Pasinaudoję formulėmis (2) ir (4), gauname:

$$b_2 = 4a_1 \text{ ir } a_2 = 0{,}4a_1. \qquad (5) \qquad (2 \text{ taškai})$$

Iš (1) ir (3) lygčių:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{a_2 \cdot b_2}{b_2 - a_2} \cdot \frac{a_1 + b_1}{a_1 \cdot b_1}.$$ (0,5 taško)

Įsistačius (2) ir (5) lygtis:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{0{,}4a_1 \cdot 4a_1}{4a_1 - 0{,}4a_1} \cdot \frac{a_1 + 3a_1}{a_1 \cdot 3a_1} = \frac{6{,}4}{10{,}8} \approx 0{,}6.$$ (1 taškas)

5. Masės m = 5 g rutuliukas pritvirtintas prie ilgio L = 1 m nesvaraus strypo galo. Šis strypas gali svyruoti vertikalioje plokštumoje apie horizontalią ašį, einančią per kitą strypo galą. Iš pradžių, kai strypas yra vertikalus ir nejuda, rutuliukas labai trumpą laiko tarpą Δt = 1 ms yra paveikiamas horizontaliai nukreipta F = 1 N jėga. Vėliau rutuliukas yra įsiūbuojamas taip, kad kiekvieną kartą, kai jis praeina pusiausvyros padėtį, jį laiko tarpą Δt papildomai paveikia ši išorinė jėga F, nukreipta ta pačia kryptimi, kaip ir rutuliuko judėjimas. Kiek kartų rutuliuką reikės paveikti šia papildoma jėga F, kad įsisiūbavęs strypas galėtų atsilenkti nuo vertikalės 90˚ kampu? Oro pasipriešinimo nepaisykite. Laikykite, kad per jėgos veikimo trukmę Δt rutuliukas beveik nepajuda.

Sprendimas

Kad strypas galėtų atsilenkti 90˚ kampu, rutuliuko greitis jam praeinant pusiausvyros padėtį turi būti lygus v. Šį greitį rasime taikydami energijos tvermės dėsnį, kai didžiausia kinetinė energija lygi didžiausiai potencinei energijai:

$$\frac{mv^2}{2} = mgL, \qquad \text{(1 taškas)}$$

iš čia

$$v = \sqrt{2gL}. \qquad (1) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Kiekvieną kartą, rutuliukui praeinant pusiausvyros padėtį, ji paveikianti jėga F padidina jo greitį dydžiu Δv_1. Pagal II Niutono dėsnį rutuliuko judesio kiekio prieaugis $\Delta p = m \cdot \Delta v_1$ yra lygus jėgos impulsui:

$$m \cdot \Delta v_1 = F \cdot \Delta t \quad \Rightarrow \quad \Delta v_1 = F\,\Delta t/m. \qquad (2) \qquad \text{(2 taškai)}$$

Atitinkamai, paveikus rutuliuką šia jėga n kartų, jo greitis prieš jam pradedant kilti pasidarys lygus

$$v_1 = n \cdot \Delta v_1. \qquad \text{(1 taškas)}$$

Į sąlygą $v \geq v_1$ įsirašę (1) ir (2) sąryšius, gauname:

$$\sqrt{2gL} \geq n\frac{F\,\Delta t}{m}, \qquad \text{(1 taškas)}$$

iš čia nustatome:

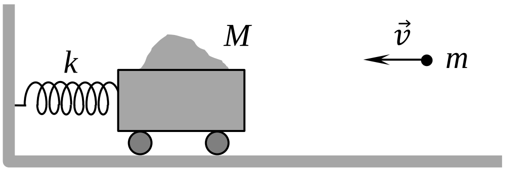
$$n \geq \frac{m\sqrt{2gL}}{F\,\Delta t}. \qquad \text{(2 taškai)}$$

Suskaičiavę gauname: $n \geq 22{,}1$. (1 taškas)

taigi tam, kad strypas galėtų atsilenkti iki horizontalios padėties, jėga F jį reikės paveikti mažiausiai $n = 23$ kartų. (1 taškas)

71-osios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados savivaldybės etapas (2024 m.)

12 klasė (užduotys ir sprendimai)



1. Prie sienos už standumo k spyruoklės prikabintas masės M vėžimėlis su smėliu. Iš pradžių spyruoklė buvo neįtempta, o vėžimėlis nejudėjo. Link vėžimėlio greičiu v iššauta masės m kulka ($m \ll M$) įstrigo smėlyje. Raskite didžiausią vėžimėlio poslinkį iš pusiausvyros padėties. Trinties tarp vėžimėlio ir grindų bei oro pasipriešinimo nepaisykite, taip pat laikykite, kad per laiką, kol kulka įstrigo smėlyje, vežimėlis beveik nepajudėjo, o smėlis neišbyrėjo.

Sprendimas

Tegu kulkai įstrigus smėlyje vėžimėlis pradėjo judėti greičiu u, kurį galime rasti pritaikę judesio kiekio tvermės dėsnį:

$$mv = (M+m)u \;\Rightarrow\; u = \frac{mv}{M+m}. \qquad \text{(3 taškai)}$$

Taigi pradinė vėžimėlio įgyta kinetinė energija

$$E = \frac{1}{2}(M+m)u^2 = \frac{1}{2}\frac{m^2v^2}{M+m}. \qquad (1) \qquad \text{(2 taškai)}$$

Vėžimėliui daugiausia pasislinkus iš pusiausvyros padėties ir sustojus, ši pradinė kinetinė energija pavirsta suspaustos spyruoklės potencine energija:

$$E = \frac{1}{2}kx^2. \qquad (2) \qquad \text{(2 taškai)}$$

Sulyginę (1) ir (2), randame ieškomą poslinkį:

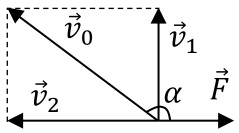
$$x = \frac{mv}{\sqrt{(M+m)k}}. \qquad \text{(2 taškai)}$$

Kadangi $m \ll M$, pastarąją išraišką galima šiek tiek supaprastinti, vardiklyje paliekant tik vėžimėlio masę:

$$x = \frac{mv}{\sqrt{Mk}}. \qquad \text{(1 taškas)}$$

2. Pastoviu v_0 = 5 m/s greičiu judančią dalelę, kurios masė m = 5 g, pradeda veikti pastovi jėga. Per laiko tarpą t = 2 s dalelės greitis sumažėja iki minimalaus v = 3 m/s greičio, o vėliau vėl pradeda didėti. Apskaičiuokite dalelę veikiančią jėgą F. Kokį kampą šios jėgos kryptis sudaro su dalelės pradinio greičio vektoriumi $\vec{v}_0$?

Sprendimas



Kadangi mažiausias dalelės greitis nėra lygus 0, vadinasi, $\vec{v}_0$ ir $\vec{F}$ vektoriai yra ne lygiagretūs, o sudaro buką kampą. (1 taškas)

Išskaidykime greitį $\vec{v}_0$ į dvi dedamąsias (kaip pavaizduota brėžinyje): greitį $\vec{v}_1$, kuris yra statmenas jėgai $\vec{F}$, ir greitį $\vec{v}_2$, lygiagretų jėgai $\vec{F}$. (1 taškas)

Laikui bėgant greičio dedamoji $\vec{v}_1$ nekinta, jos dydis visą laiką yra lygus:

$$v_1 = v.$$ (1 taškas)

Pradinis greičio dedamosios $\vec{v}_2$ dydis yra lygus:

$$v_2 = \sqrt{v_0^2 - v_1^2} = \sqrt{v_0^2 - v^2}.$$ (2 taškai)

Ši greičio dedamoji tolygiai sumažėja iki nulio, kai dalelės greitis pasiekia mažiausią vertę. Vadinasi, lygiagrečiąją dedamąją veikia pagreitis, kurio absoliutinis didumas yra

$$a = \frac{0 - (-v_2)}{t} = \frac{\sqrt{v_0^2 - v^2}}{t}.$$ (1 taškas)

Tuomet dalelę veikianti jėga yra

$$F = ma = m\frac{\sqrt{v_0^2 - v^2}}{t}.$$ (1 taškas)

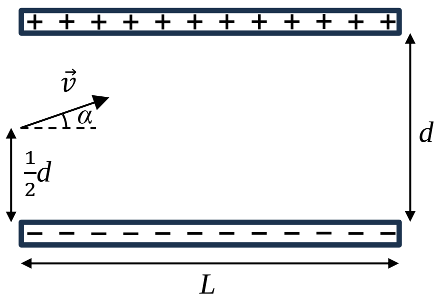
$$F = 0{,}01 \text{ N}.$$ (1 taškas)

Iš brėžinio taip pat nesunkiai randame kampą tarp $\vec{v}_0$ ir $\vec{F}$ vektorių:

$$\alpha = 90° + \text{arctg}\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = 90° + \text{arctg}\left(\frac{\sqrt{v_0^2 - v^2}}{v}\right),$$ (1 taškas)

$$\alpha = 90° + \text{arctg}\left(\frac{4}{3}\right) \approx 143°.$$ (1 taškas)

3. Protonas įlekia tarp dviejų priešingo ženklo krūviais $+q$ ir $-q$ (čia q = 5,0 nC) įelektrintų metalinių kvadratinių plokštelių. Plokštelių ilgis L = 10 cm, o atstumas tarp plokštelių d = 6 mm. Protono krūvis $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C, masė $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg, pradinis greitis $v = 6{,}0 \cdot 10^{5}$ m/s, įlėkimo kampas α = 15°, o įlėkimo vieta – d/2 atstumu nuo kiekvienos iš plokštelių. Elektrinė konstanta $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m. Nustatykite, kaip „užbaigs“ savo kelionę protonas: atsitrenks į teigiamai įkrautą plokštelę, atsitrenks į neigiamai įkrautą plokštelę ar išlėks pro kitą pusę į laisvą erdvę? Skaičiuodami laikykite, kad elektrinis laukas egzistuoja tik tarp plokštelių ir ten jis yra vienalytis.



Sprendimas

Vienintelė jėga, veikianti protoną, yra žemyn (link neigiamos plokštelės) nukreipta elektrinė jėga (sunkio jėgos galime nepaisyti, nes (1) iš sąlygos neaišku, į kurią pusę nukreiptas laisvojo kritimo pagreitis $\vec{g}$, ir (2) kaip vėliau įsitikinsime, elektrinės jėgos suteiktas pagreitis yra labai daug kartų didesnis už g = 9,81 m/s^2):

$$F_e = eE = \frac{eU}{d}, \qquad \text{(1 taškas)}$$

čia U – įtampa tarp plokštelių, kurią galime rasti žinodami plokščiojo orinio kondensatoriaus elektrinę talpą $C = \frac{\varepsilon_0 L^2}{d}$: (1 taškas)

$$U = \frac{q}{C} = \frac{qd}{\varepsilon_0 L^2}. \qquad \text{(1 taškas)}$$

Ši jėga suteikia protonui pagreitį

$$a = \frac{F_e}{m} = \frac{eU}{md} = \frac{eq}{\varepsilon_0 L^2 m}, \qquad \text{(1 taškas)}$$

kuris visą laiką yra nukreiptas į apačią link neigiamai įelektrintos plokštelės. (Apskaičiavę a vertę įsitikintume, kad $a \approx 5 \cdot 10^{12}$ m/s^2 $a \gg g$, kaip jau minėta aukščiau). Jei x ašį nukreipsime į dešinę pusę, o y ašį – į viršų, tuomet protono greitis x ašies kryptimi bus pastovus ir lygus

$$v_x = v\cos\alpha,$$

o y ašies kryptimi –

$$v_y(t) = v\sin\alpha - at.$$

Akivaizdu, kad protono judėjimas bus aprašomas labai panašiomis lygtimis, kaip ir kampu į horizontą mesto kūno judėjimo aprašymas: protono judėjimo trajektorija yra parabolė.

Tolesnis uždavinio sprendimas galimas keliais skirtingais būdais. Pateiksime bent du iš jų. (Vertinimo pastabos. Taškai skiriami tik už vieno sprendimo būdo pasirinkimą, t. y. negalima skirti taškų už skirtinguose sprendimo būduose pateiktus vertinimo kriterijus. Jei mokinys pateikė du ar daugiau skirtingų sprendimo būdų, taškai skiriami už tą sprendimo būdą, pagal kurio vertinimo kriterijus mokinys surenka daugiau taškų.)

I būdas

Kadangi mūsų neprašo surasti tikslios vietos, kur pataikys protonas, šį uždavinį patogu spręsti grafiniu būdu, nubraižant protono judėjimo trajektoriją. Užrašome protono koordinačių lygtis:

$$\begin{cases} x(t) = v\cos\alpha \cdot t, \\ y(t) = v\sin\alpha \cdot t - \dfrac{at^2}{2} = v\sin\alpha \cdot t - \dfrac{eqt^2}{2\varepsilon_0 L^2 m}. \end{cases} \qquad \text{(2 taškai)}$$

Iš pirmosios lygties išreiškiame laiką, $t = \frac{x}{v\cos\alpha}$, įrašome jį į antrąją lygtį ir gauname protono trajektorijos lygtį:

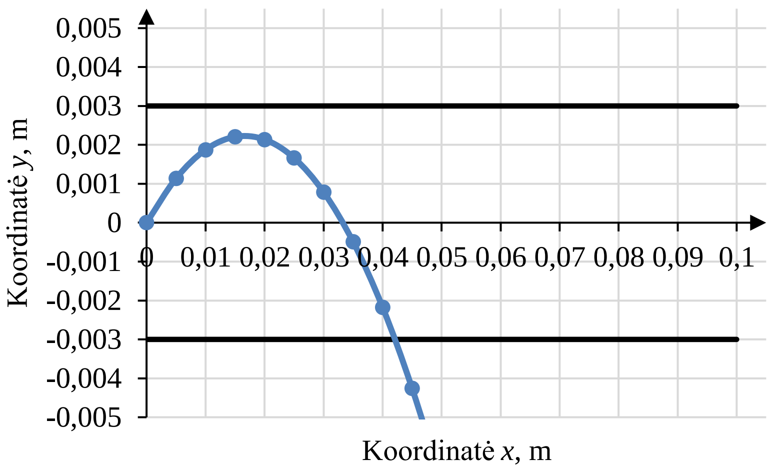
$$y(x) = v\sin\alpha \cdot \frac{x}{v\cos\alpha} - \frac{eq}{2\varepsilon_0 L^2 m}\left(\frac{x}{v\cos\alpha}\right)^2 = -\frac{eq}{2\varepsilon_0 m L^2 v^2 \cos^2\alpha} x^2 + \operatorname{tg}\alpha \cdot x . \qquad \text{(1 taškas)}$$

Įsirašę žinomų fizikinių dydžių vertes, gauname tokią parabolės lygtį:

$$y = -8{,}058x^2 + 0{,}268x .$$

Pasirenkame keletą koordinatės x verčių iš intervalo [0;0,1], ypač tokių, kurios parodo protono padėtį kritinėse padėtyse (protonas priartėja prie teigiamai įelektrintos plokštelės ir ją paliečia arba nutolsta nuo jos ir priartėja prie neigiamai įelektrintos plokštelės ir ją paliečia, arba išlekia pro tarpą tarp plokštelių į laisvą erdvę), apskaičiuojame koordinatės y vertes ir nubraižome trajektorijos grafiką drauge su pažymėtomis plokštelių padėtimis ($y = \frac{1}{2}d$ ir $y = -\frac{1}{2}d$). (2 taškai)

Koordinatė x, m	Koordinatė y, m
0	0
0,005	0,0011
0,01	0,0019
0,015	0,0022
0,02	0,0021
0,025	0,0017
0,03	0,0008
0,035	-0,0005
0,04	-0,0022
0,045	-0,0043
0,05	-0,0067
0,055	-0,0096



(Vertinimo pastabos. Skiriami 2 taškai, jei apskaičiuotų y koordinačių verčių kiekis yra ≥8 arba 1 taškas, jei apskaičiuotų verčių kiekis yra ≥4. Taškai skiriami net jei lentelė nepateikta, tačiau nubraižytame grafike pažymėtos teisingai apskaičiuotos skaitinės vertės. Grafiko braižyti nebūtina, jei pateikta duomenų lentelė).

Išvada: iš pateikto grafiko (arba duomenų lentelės) matyti, kad protonas nepasiekia teigiamai įelektrintos plokštelės, tačiau atsitrenkia į neigiamai įelektrintą plokštelę (1 taškas).

II būdas

Iš pradžių patikriname, ar protonas atsitrenkia į teigiamai įelektrintą plokštelę.

Laikydami, kad protonas pradeda judėti, kai koordinatė y = 0, tokią pačią y koordinatę jis pasieks, kai

$$v\sin\alpha \cdot t - \frac{at^2}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2v\sin\alpha}{a} = \frac{2v\varepsilon_0 L^2 m \sin\alpha}{eq}.$$

Vadinasi, didžiausią y vertę protonas įgys laiko momentu

$$t_{0,5} = \frac{t}{2} = \frac{v\varepsilon_0 L^2 m \sin\alpha}{eq},$$

o ta koordinatė bus

$$y_{\max} = v\sin\alpha \cdot \frac{v\varepsilon_0 L^2 m \sin\alpha}{eq} - \frac{eq}{2\varepsilon_0 L^2 m}\left(\frac{v\varepsilon_0 L^2 m \sin\alpha}{eq}\right)^2 = \frac{v^2\varepsilon_0 L^2 m \sin^2\alpha}{2eq}, \quad y_{\max} \approx 0{,}0022 \text{ m.}$$

Žinoma, tą patį rezultatą galima gauti ir pasitelkus energijos tvermės dėsnį.

Kadangi $y_{\max} < \frac{1}{2}d$, vadinasi, protonas neatsitrenks į teigiamai įelektrintą plokštelę. (3 taškai)

Dabar patikrinkime, ar protonas išlėks pro kitą pusę į laisvą erdvę. Pralėkdamas atstumą *L*, jis užtruktų laiką

$$t_L = \frac{L}{v\cos\alpha},$$

ir tuo metu jo koordinatė *y* būtų

$$y_L = v\sin\alpha \cdot t_L - \frac{eq}{2\varepsilon_0 L^2 m} t_L^2 = v\sin\alpha \cdot \frac{L}{v\cos\alpha} - \frac{eq}{2\varepsilon_0 L^2 m}\left(\frac{L}{v\cos\alpha}\right)^2 = L\tan\alpha - \frac{eq}{2\varepsilon_0 m v^2 \cos^2\alpha},$$

y_L = –0,0538 m.

Kadangi $y_L < -\frac{1}{2}d$, vadinasi, protonas ne išlėks pro kitą pusę, bet atsitrenks į neigiamai įelektrintą plokštelę. (3 taškai)

Išvada: iš pateiktų skaičiavimų matyti, kad protonas nepasiekia teigiamai įelektrintos plokštelės, tačiau atsitrenkia į neigiamai įelektrintą plokštelę.

4. CERN'o tarptautiniame tiesiniame priešpriešinių srautų greitintuve leidžiama kaktomuša susidurti skriejantiems elektronams ir pozitronams (pozitronas yra antimedžiagos elektrono atitikmuo – tokios pačios masės ir dydžio, tik turinti priešingo ženklo krūvį e dalelė). Elektronas ir pozitronas kiekvienas yra įgreitinami potencialų skirtumo $U = 1$ MV dėka, o susidūrę anihiliuoja – išnyksta pavirsdami dviejų vienodų fotonų pora. Koks yra šių fotonų bangos ilgis? Laikykite, kad elektrono ir pozitrono pradinės kinetinės energijos galima nepaisyti lyginant su greitinimo metu jų gauta energija, o greitinantysis potencialų skirtumas U įskaito ir abiejų dalelių greitėjimą dėl jų tarpusavio elektrinės traukos.

Elementariųjų dalelių energijos paprastai matuojamos elektronvoltais: 1 eV = $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ J. Naudojant šį energijos vienetą, Planko konstantos vertė yra $h = 4{,}14 \cdot 10^{-15}$ eV·s, o elektrono (ir pozitrono) rimties masė $m = 0{,}511$ MeV / c^2, čia $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s – šviesos greitis. Elementarusis krūvis $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C.

Sprendimas

Greitinant elektroną ir pozitroną, kiekvienam iš jų buvo suteikta kinetinė energija

$$E_k = eU. \qquad \text{(2 taškai)}$$

Todėl prieš pat susidūrimą elektrono ir pozitrono sistemos pilnutinė energija, įskaitanti ir abiejų dalelių rimties energijas mc^2, yra lygi

$$E = 2(m_e c^2 + eU). \qquad \text{(2 taškai)}$$

Anihiliavus elektronui ir pozitronui, ši energija pavirsta dviejų fotonų energija. Pastaroji lygi

$$E_\gamma = hf, \qquad \text{(2 taškai)}$$

čia $f = c/\lambda$ – fotono dažnis, c – šviesos greitis, λ – fotono bangos ilgis. (1 taškas)

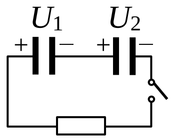
Sulyginę energijas, gauname:

$$2(m_e c^2 + eU) = 2\frac{hc}{\lambda} \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{hc}{mc^2 + eU}. \qquad \text{(2 taškai)}$$

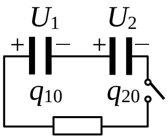
Suskaičiavę gauname:

$$\lambda = \frac{4{,}14 \cdot 10^{-15}\ \text{eV} \cdot \text{s} \ \cdot 3{,}0 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{0{,}511 \cdot 10^{6}\ \text{eV} + 10^{6}\ \text{eV}} \approx 8{,}2 \cdot 10^{-13}\ \text{m} = 0{,}82\ \text{pm}. \qquad \text{(1 taškas)}$$

5. Du vienodi C = 0,5 mF talpos kondensatoriai, įkrauti iki atitinkamai U_1 = 5 V ir U_2 = 1 V įtampų, bei R = 1 kΩ varžos rezistorius buvo sujungti nuosekliai į paveiksle parodytą grandinę. Suskaičiuokite, kiek šilumos per ilgą laiką išsiskirs rezistoriuje įjungus jungiklį.

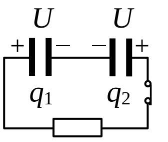


Sprendimas



Kadangi kondensatorių talpos vienodos, o pradinės įtampos skiriasi, skirsis ir pradiniai kondensatorių krūviai, todėl įjungus jungiklį jie negalės pilnai išsikrauti. Suskaičiuokime pradinius kondensatorių krūvius:

$$q_{10} = CU_1,\ q_{20} = CU_2 < q_{10}. \qquad (1)$$ (1 taškas)



Įjungus jungiklį, grandinėje pradeda tekėti srovė, kuri tekės tol, kol abiejų kondensatorių įtampos susilygina – šio proceso metu mažesnį pradinį krūvį turėjęs kondensatorius iš pradžių pilnai išsikrauna, o po to įsikrauna priešingo poliškumo krūviu. (1 taškas)

Pažymėkime ilgainiui nusistovėjusius kondensatorių krūvius q_1 ir q_2 bei jų įtampą U.

Viena vertus, šią įtampą su krūviais q_1 ir q_2 sieja sąryšis

$$U = \frac{q_1}{C} = \frac{q_2}{C}. \qquad (2)$$ (1 taškas)

Kita vertus, laidu sujungtos pirmojo kondensatoriaus dešinioji plokštelė bei antrojo kondensatoriaus kairioji plokštelė yra atskirtos nuo likusios grandinės, todėl jų bendras krūvis grandinėje tekant srovei negali pasikeisti. Taigi turime, kad:

$$-q_{10} + q_{20} = -q_1 - q_2. \qquad (3)$$ (2 taškai)

Iš (1) ir (2) išreiškę krūvius bei įrašę juos į (2), gauname nusistovėjusią įtampą:

$$-CU_1 + CU_2 = -CU - CU \quad \Rightarrow \quad U = \frac{1}{2}(U_1 - U_2).$$ (1 taškas)

Kol jungiklis buvo išjungtas, abiejuose kondensatoriuose sukauptas energijos kiekis buvo

$$W_0 = \frac{1}{2}CU_1^2 + \frac{1}{2}CU_2^2 = \frac{1}{2}C(U_1^2 + U_2^2). \qquad (4)$$ (1 taškas)

Įjungus jungiklį ir nusistovėjus naujiems krūviams, kondensatorių energija pasidarė lygi

$$W = 2 \cdot \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{4}C(U_1 - U_2)^2. \qquad (5)$$ (1 taškas)

Ši energija yra mažesnė už pradinę, kadangi per rezistorių tekant srovei, jame išsiskyrė šiluma. Iš energijos tvermės dėsnio tuomet plaukia, kad ši šiluma lygi

$$Q = W_0 - W = \frac{1}{2}C(U_1^2 + U_2^2) - \frac{1}{4}C(U_1 - U_2)^2 = \frac{1}{4}C(U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2) = \frac{1}{4}C(U_1 + U_2)^2.$$

(1 taškas)

Suskaičiavę, gauname $Q = 4{,}5$ mJ. (1 taškas)