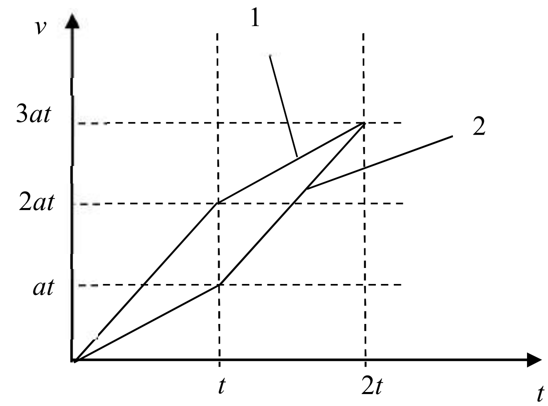
69-osios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados rajono–miesto turas (2021 m.)

IX klasė (užduotys ir sprendimai)

1. Du automobiliai tuo pačiu metu iš rimties būsenos pradeda judėti greitėdami. Pusę judėjimo laiko pirmasis automobilis greitėja pagreičiu $2a$, o kitą pusę laiko – pagreičiu a. Antrasis automobilis pirmąją judėjimo laiko pusę greitėja pagreičiu a, o antrąją – pagreičiu $2a$. Kiek kartų skiriasi vidutiniai automobilių greičiai per visą judėjimo laiką?

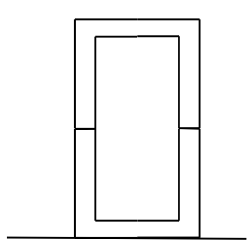
Sprendimas

Kadangi abiejų automobilių judėjimo laikai vienodi, tai vidutinių greičių santykis bus lygus nueitų kelių santykiui.
Nueitų kelių santykį galima rasti grafiškai. Braižome abiejų automobilių greičio priklausomybės nuo laiko grafikus:
Brėžinys (5 taškai)

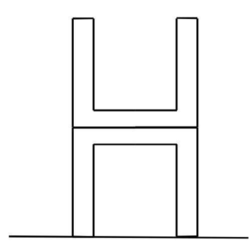


Žinome, kad kreivės $v = v(t)$ apribotas plotas savo skaitine verte lygus nueitam keliui. Todėl:
$$\frac{v_{vid_1}}{v_{vid_2}} = \frac{s_1}{s_2} = \frac{3{,}5at^2}{2{,}5at^2} = 1{,}4. \qquad \text{(5 taškai)}$$

2. Dviejų taburečių, sustatytų kaip parodyta 1 pav., sukeliamas slėgis į grindis yra p_1 = 625 Pa. Taburetės sėdimoji dalis yra kvadratinė. Sėdimosios dalies kraštinės ilgis ℓ = 0,32 m. Kojos pagrindas taip pat kvadratinis. Kojos pagrindo kraštinės ilgis a = 2 cm. Kokį slėgį p_2 sukels taburetės, jas sustačius taip, kaip parodyta 2 pav.?



1 pav.



2 pav.

Sprendimas

Taburetės sėdimosios dalies plotas $S_1 = \ell^2$, vienos kojos pagrindo plotas $S_2 = a^2$.
Tegul vienos taburetės masė m. (1 taškas)
Slėgis, kurį sukelia abi taburetės pirmuoju atveju:

$$p_1 = \frac{2mg}{l^2}. \qquad (1) \qquad \text{(3 taškai)}$$

Slėgis, kurį sukelia taburetės antruoju atveju:

$$p_2 = \frac{2mg}{4a^2}. \qquad (2) \qquad \text{(3 taškai)}$$

Iš (1) ir (2) lygčių gauname:

$$p_2 = \frac{p_1 l^2}{4a^2}. \qquad \text{(2 taškai)}$$

$$p_2 = 4 \cdot 10^4 \text{ Pa}. \qquad \text{(1 taškas)}$$

3. Kalorimetras iki viršaus užpildomas t_0 = 19 ºC temperatūros vandeniu. Į jį greitai ir atsargiai įleidžiamas iki t_k = 99 ºC temperatūros įkaitintas kūnas. Nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai, vandens ir kūno temperatūra tampa lygi t_1 = 32,2 ºC. Kai į kalorimetrą, esant toms pačioms pradinėms sąlygoms, vienu metu įleidžiami du tokie patys iki tokios pat temperatūros įkaitinti kūnai, tai nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai, vandens ir kūnų temperatūra tampa lygi t_2 = 48,8 ºC. Kokia kūno medžiagos savitoji šiluma c_k? Vandens savitoji šiluma c_v = 4200 J/(kg·ºC), vandens tankis ρ_v = 1000 kg/m^3, kūno tankis ρ_k = 2700 kg/m^3. Šilumos nuostolių nepaisykite.

Sprendimas

Užrašome šilumos balanso lygtį atvejui, kai į kalorimetrą su vandeniu įleidžiamas vienas įkaitintas kūnas:

$$c_k m_k(t_k - t_1) = c_v m_v(t_1 - t_0). \qquad (1) \qquad \text{(2 taškai)}$$

Čia m_k – kūno masė, m_v – kalorimetre likusio vandens masė.
Kai į kalorimetrą su vandeniu įleidžiami du tokie patys įkaitinti kūnai, šilumos balanso lygtis:

$$2c_k m_k(t_k - t_2) = c_v (m_v - m_1)(t_2 - t_0), \qquad (2) \qquad \text{(2 taškai)}$$

čia m_1 – antrojo kūno išstumto vandens masė.

$$m_1 = \rho_v V = \rho_v(m_k/\rho_k). \qquad (3) \qquad \text{(2 taškai)}$$

Čia V – kūno tūris.
(3) įrašę į (2), gauname:

$$2c_k m_k(t_k - t_2) = c_v m_v (t_2 - t_0) - c_v \rho_v(m_k/\rho_k)(t_2 - t_0). \qquad (4) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Iš (1) galime parašyti:

$$c_v m_v = c_k m_k(t_k - t_1)/(t_1 - t_0). \qquad (5) \qquad \text{(1 taškas)}$$

(5) įrašę į (4) ir atlikę reikalingus matematinius pertvarkymus, išreiškiame c_k:

$$c_k = c_v (\rho_v/\rho_k)[(t_k - t_1)/(t_1 - t_0) - 2 (t_k - t_2)/(t_2 - t_0)]^{-1}. \qquad \text{(1 taškas)}$$

$$c_k = 920 \text{ J/(kg· ºC)}. \qquad \text{(1 taškas)}$$

4. Degųjį mišinį sudaro benzinas ir etanolis. Mišinio savitoji degimo šiluma $q = 4{,}2 \cdot 10^7$ J/kg. Koks benzino ir etanolio masių santykis mišinyje? Benzino savitoji degimo šiluma $q_1 = 4{,}6 \cdot 10^7$ J/kg, etanolio $q_2 = 2{,}7 \cdot 10^7$ J/kg.

Sprendimas

Tegul mišinio masė m, benzino masė mišinyje m_1, etanolio – m_2.
Sudegus m masės mišiniui, išsiskiria $Q = qm$ šilumos kiekis. Šis šilumos kiekis lygus benzino Q_1 ir etanolio Q_2 išskirtų šilumos kiekių sumai. Todėl galime parašyti:

$Q = Q_1 + Q_2$. (3 taškai)

Arba $qm = q_1m_1 + q_2m_2$. (1 taškas)

Atsižvelgę, kad $m = m_1 + m_2$, galime parašyti:

$q(m_1 + m_2) = q_1m_1 + q_2m_2$. (2 taškai)

Norėdami išreikšti benzino ir etanolio masių santykį m_1/m_2, šią lygtį perrašome taip:

$qm_2(m_1/m_2 + 1) = m_2(q_1m_1/m_2 + q_2)$. (2 taškai)

Iš čia:

$m_1/m_2 = (q - q_2)/(q_1 - q)$. (1 taškas)

$m_1/m_2 = 3{,}75$. (1 taškas)

69-osios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados rajono–miesto turas (2021 m.)

10 klasė (užduotys ir sprendimai)

1. Prie upės kranto stovintis dviratininkas stebi, kaip upe pastoviu greičiu v_b pro jį praplaukia barža. Kai baržos galas atsiduria ties dviratininku, jis pradeda pastoviu greičiu v_d ($v_d > v_b$) važiuoti krantu baržos judėjimo kryptimi. Pasiekęs baržos priekį, jis apsisuka ir tuo pačiu greičiu pradeda važiuoti atgal. Baržos galą jis vėl pasiekia praėjus laikui t nuo judėjimo pradžios. Kam lygus baržos ilgis L?

Sprendimas

Visą dviračio judėjimo laiką galima užrašyti:

$t = t_1 + t_2$, (1) (1 taškas)

čia t_1 – laikas, kuri dviratis juda pirmyn (link baržos priekio), o t_2 – laikas, kurį dviratis juda atgal (link baržos galo).

Dviračio greitis baržos atžvilgiu judant į priekį:

$v_1 = v_d - v_b$. (1 taškas)

Važiuojant atgal

$v_2 = v_d + v_b$. (1 taškas)

Tuomet sugaištas laikas judant į priekį:

$t_1 = \frac{L}{v_1} = \frac{L}{v_d - v_b}$. (2) (1 taškas)

Laikas važiuojant atgal:

$t_2 = \frac{L}{v_2} = \frac{L}{v_d + v_b}$. (3) (1 taškas)

Įrašome (2) ir (3) lygtis į (1) išraišką:

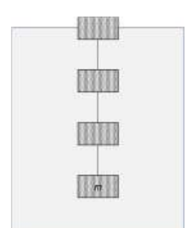
$t = \frac{L}{v_d - v_b} + \frac{L}{v_d + v_b}$. (5) (2 taškai)

Iš (5) randame baržos ilgį:

$L = t\frac{v_d^2 - v_b^2}{2v_d}$. (3 taškai)

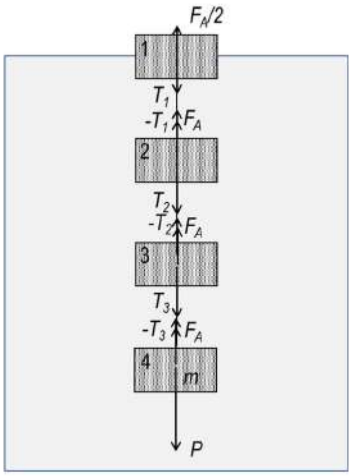
Atsakymas. $L = t\frac{v_d^2 - v_b^2}{2v_d}$.

2. Keturi lengvi vienodi tuščiaviduriai konteineriai sukabinti plonais ir labai lengvais lynais, kaip parodyta paveiksle. Apatiniame konteineryje yra kūnas, kurio masė m = 1 kg, kiti konteineriai tušti. Viršutinis konteineris nugrimzdęs vandenyje iki pusės. Rasti viršutinio lyno įtempimą. Laisvojo kritimo pagreitis g = 9,8 m/s^2; tuščiavidurių konteinerių ir lynų masės lyginant su kūno mase yra mažos, todėl jų galima nepaisyti. Konteineriai sandarūs, vanduo į juos nepatenka.



Sprendimas

Brėžinyje pavaizduojame konteinerius veikiančias jėgas. (2 taškai)



Parodytame brėžinyje matome, kad reikia rasti jėgą T_1.

Tuščiavidurius kūnus veikia Archimedo jėga F_A, kuri visiems trims apatiniams konteineriams vienoda, o viršutinį konteinerį veikia dvigubai mažesnė Archimedo jėga $F_A/2$, nes jis nugrimzdęs iki pusės. (1 taškas)

Apatinį konteinerį veikia į jį įdėto kūno sunkio jėga $P = mg$, Archimedo jėga F_A bei lyno įtempimo jėga T_3, kurią sukelia aukščiau esančių konteinerių Archimedo jėgos. Kadangi konteineris nejuda, tai aukštyn keliančių jėgų suma lygi kūno sunkio jėgai, kuri nukreipta žemyn:

$T_3 + F_A = P$. (1) (1 taškas)

Trečią konteinerį apatinis lynas traukia žemyn jėga T_3, o aukštyn kelia Archimedo jėga F_A bei viršuje esantis lynas jėga T_2:
$T_2 + F_A = T_3$. (2) (1 taškas)

Antrą ir pirmą konteinerius veikia panašios jėgos, todėl gauname:
$T_1 + F_A = T_2$, (3) (1 taškas)
$F_A/2 = T_1$. (4) (1 taškas)

Iš (1)–(4) lygčių išsireiškiame Archimedo jėgą
$F_A = \frac{2}{7}mg$. (5) (2 taškai)

Įrašę Archimedo jėgos išraišką (5) į (4), gauname viršutinio lyno įtempimą:
$T_1 = \frac{mg}{7} = 1{,}4$ N. (1 taškas)

Atsakymas: $T_1 = 1{,}4$ N .

3. Kvadratiniame šilumai nelaidžiame inde, kurio kraštinės ilgis $a = 0{,}1$ m, yra vandens ir gabalas ledo. Ledas labai lengvu tinkleliu prispaustas prie indo dugno. Ledas ir vanduo yra šiluminėje pusiausvyroje. Kaip pasikeis vandens lygis inde, kai į jį įpilama $V = 0{,}9\ \ell$ vandens, kurio temperatūra $t = 80$ °C, jei matyti, kad nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai išsilydė tik dalis ledo? Vandens savitoji šiluminė talpa $c = 4{,}2$ kJ/(kg °C), vandens tankis $\rho_v = 1000$ kg/m^3, ledo lydymosi šiluma $\lambda = 336$ kJ/kg, ledo tankis $\rho_l = 900$ kg/m^3.

Sprendimas

Pradiniu momentu yra šiluminė pusiausvyra tarp vandens ir ledo, o tai reiškia, kad temperatūra proceso pradžioje yra $t_o = 0$ °C. (1 taškas)

Įpylus karšto vandens, išsilydė tik dalis ledo, visa karšto vandens šiluma buvo sunaudota ledo lydymuisi. Nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai, vandens su ledu temperatūra nepasikeitė ir išliko $t_o = 0$ °C (1 taškas)

Ledo lydymui sunaudotas šilumos kiekis yra lygus

$Q = mc(t - t_o)$, (1) (1 taškas)

čia m – įpilto vandens masė:

$m = \rho_v V$. (2) (1 taškas)

Šilumos kiekis Q išlydys ledo masę m_l, kurią galima surasti iš šios išraiškos:

$Q = m_l \lambda$. (3) (1 taškas)

Išsilydžiusio ledo tūris V_1 :

$V_1 = \frac{m_l}{\rho_l}$. (4) (1 taškas)

Ledo masei m_l pavirtus vandeniu, vandens masė bus tokia pati. t.y. $m_l = m_v$, tačiau vanduo užims mažesnį tūrį V_v:

$V_v = \frac{m_l}{\rho}$. (5) (1 taškas)

Dėl to sumažės ir bendras vandens ir ledo užimamas tūris:

$\Delta V = V_l - V_v = \frac{m_l}{\rho_l} - \frac{m_l}{\rho_v}$. (6) (1 taškas)

Kadangi indo forma kvadratinė, tai aukščių skirtumą Δh galima apskaičiuoti tūrio pokytį ΔV padalinus iš pagrindo ploto:

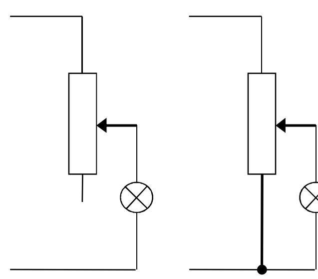
$\Delta h = \frac{\Delta V}{a^2}$. (7) (1 taškas)

Į (7) formulę įrašę kitus sąryšius (1)–(6) ir atlikę pertvarkymus, gauname:

$\Delta h = \frac{c}{\lambda} \frac{\rho_v V}{a^2} (t - t_o) \left(\frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_v} \right) = 1$ cm. (1 taškas)

Atsakymas: $\Delta h = 1{,}0$ cm.

4. Lempą, skirtą 110 V įtampai, galima įjungti į 220 V tinklą, panaudojant reostatą dviem būdais, kaip parodyta paveikslėlyje. Kurios iš šių schemų naudingo veikimo koeficientas yra didesnis? Atsakymą pagrįskite.

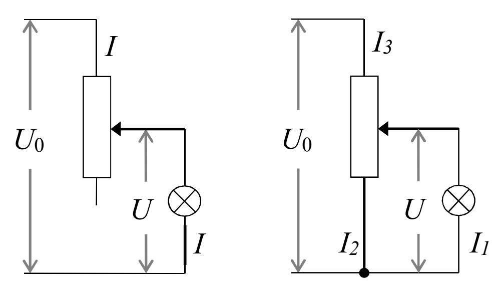


a *b*

Sprendimas

Įvedame žymėjimus ir atidedame juos schemose.

Čia U_0 = 220 V, U = 110 V, o naudingumo koeficientas reostato jungimo būdams *a* ir *b* atitinkamai – η_a ir η_b.



a *b*

$\eta_a = \frac{IUt}{IU_0t} = \frac{U}{U_0} = \frac{1}{2}$, (2 taškai)

$\eta_b = \frac{I_1Ut}{I_3U_0t}$. (2 taškai)

Jei lempa, įjungus abiems būdais, dega vienodai, tai $I_1 = I$. (2 taškai)

Tuomet $I_3 = I_1 + I_2 = I + I_2$, o $\eta_b = \frac{IUt}{(I+I_2)U_0t}$. (3 taškai)

Kadangi $\frac{IUt}{(I+I_2)U_0t} < \frac{IUt}{IU_0t}$, gauname, jog $\eta_b < \eta_a$. (1 taškas)

Atsakymas: $\eta_b < \eta_a$.

5. Daiktas yra padėtas $4F$ atstumu nuo lęšio (čia F yra lęšio židinio nuotolis), o ekrane stebimas šio daikto atvaizdas.

1) Nustatykite, kiek kartų susidariusio atvaizdo skersinis dydis (t. y. matmuo lęšio optinei ašiai statmena kryptimi) yra mažesnis už daikto skersinį dydį.
2) Nubrėžkite brėžinį ir pavaizduokite, kaip susidaro atvaizdas.

Sprendimas

Realus atvaizdas susidaro tik glaudžiamuoju lęšiu. (1 taškas)

Lęšio tiesinis didinimas apskaičiuojamas pagal formulę:

$\Gamma = \frac{f}{d}$. (1 taškas)

Iš plonojo lęšio formulės:

$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$ (1 taškas)

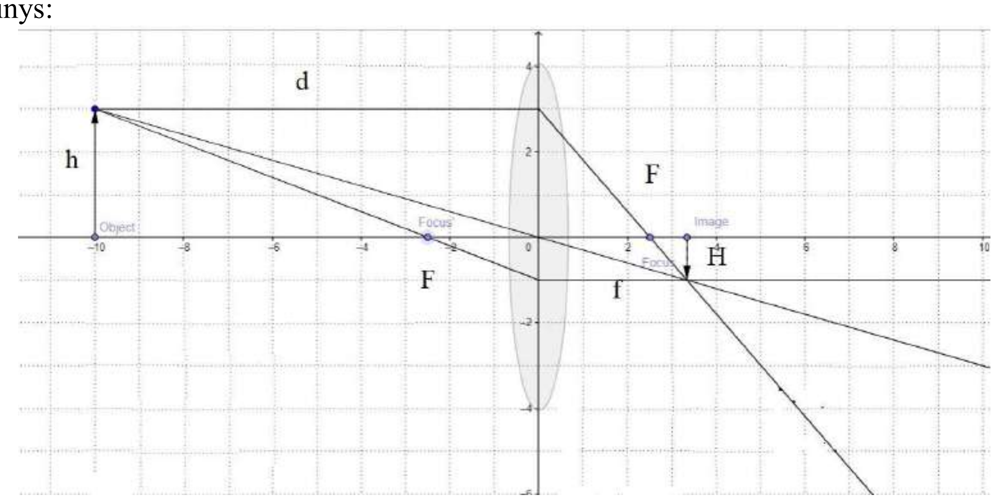
apskaičiuojame atstumą nuo lęšio iki atvaizdo:

$f = \frac{4}{3}F$. (1 taškas)

Įrašę į tiesinio didinimo formulę, gauname:

$\Gamma = 1/3$ (1 taškas)

Brėžinys:



Židiniai abiejuose pusėse tuo pačiu atstumu – (1 taškas).
Gerai pavaizdavo du spindulius – (2 taškai).
Gavo gerą atvaizdą – (1 taškas).
Gerai pavaizdavo glaudžiamąjį lęšį – (1 taškas).

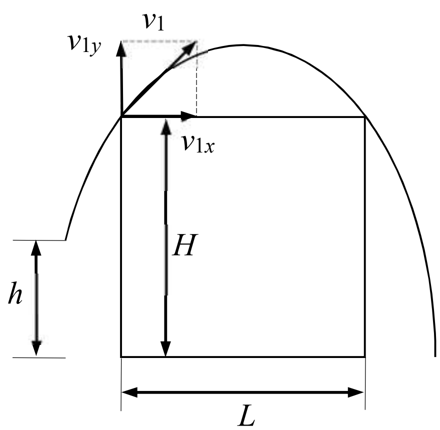
Atsakymas: $\Gamma = 1/3$

69-osios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados rajono–miesto turas (2021 m.)

12 klasė (užduotys ir sprendimai)

1. Kokiu mažiausiu greičiu reikia išmesti akmenį, kad jis perlėktų per pastatą, kurio aukštis $H = 10$ m, ilgis $L = 20$ m? Pastato stogas yra plokščias, akmuo išmetamas aukštyje $h = 2$ m, išmetimo vieta (atstumas iki pastato) pasirenkama laisvai.

Sprendimas:



$v_{1x} = v_1 \cos\alpha$, $v_{1y} = v_1 \sin\alpha$; (1) (1 taškas)

$v_y(t) = v_{1y} - gt_1$; (2) (1 taškas)

$v_y = 0$ (aukščiausiame taške); (3) (1 taškas)

$v_{1y} = gt_1$; (4)

$L = v_{1x} \cdot 2t_1$; $\quad t_1 = \dfrac{L}{2v_{1x}}$; (5) (1 taškas)

$v_{1y} = \dfrac{gL}{2v_{1x}}$; (6)

$v_1 \sin\alpha \cdot 2v_1 \cos\alpha = gL$; (7) (1 taškas)

$v_1^2 \sin 2\alpha = gL$; (8)

$v_{1\mathbf{min}}$, kai $\alpha=45°$ (9)

$v_{1\mathbf{min}} = \sqrt{gL}$; (10) (1 taškas)

$v_{1y} = \sqrt{gL}\,\mathbf{sin}\,\alpha = \dfrac{\sqrt{2gL}}{2}$; (11) (1 taškas)

$H - h = \dfrac{v_{0y}^2 - v_{1y}^2}{2g}$; (12) (1 taškas)

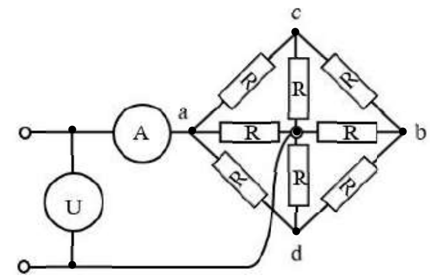
$v_{0y}^2 = \dfrac{gL}{2} + (H-h)2g$; (13) (1 taškas)

$v_{0x} = v_{1x} = v_1\,\mathbf{cos}\,\alpha = \dfrac{\sqrt{2gL}}{2}$; (14)

$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} = \sqrt{2g(H-h) + gL}$ (15) (1 taškas)

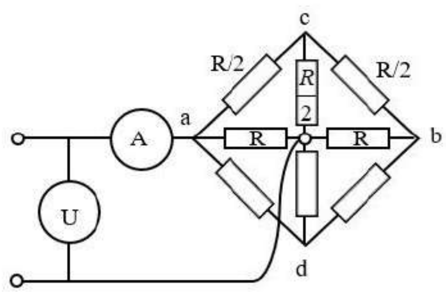
Ats.: $v_0 = \sqrt{2 \cdot 9.8(10-8) + 9.8 \cdot 20} = 15.34\ (\mathrm{m/s})$

2. Pav. parodytoje elektrinėje schemoje visų rezistorių varža yra vienoda ir lygi $R = 20\,\Omega$. Kokį srovės stiprį rodys idealus ampermetras A, jei įtampa tarp gnybtų yra $U = 14$ V? Jungiamųjų laidų varžos nepaisyti.



Sprendimas:

Taškų c ir d potencialai yra lygūs, todėl šią grandinę galima pakeisti ekvivalentine grandine apjungiant mazgus c ir d.



(3 taškai)

Varžą tarp taško c ir vidurinio sujungimo mazgo (o) galima rasti pasinaudojus lygiagretaus ir nuoseklaus rezistorių sujungimu:

$$R_{co} = \frac{\frac{R}{2}\left(\frac{R}{2}+R\right)}{\frac{R}{2}+\frac{R}{2}+R} = \frac{3}{4}\frac{R}{2} = \frac{3}{8}R\,; \qquad (1) \qquad \text{(3 taškai)}$$

$$R_{aco} = \frac{R}{2}+\frac{3}{8}R = \frac{7}{8}R\,. \qquad (2) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Varža tarp taškų a ir b:

$$R_{ab} = \frac{R\frac{7}{8}R}{R+\frac{7}{8}R} = \frac{7}{15}R\,. \qquad (3) \qquad \text{(2 taškai)}$$

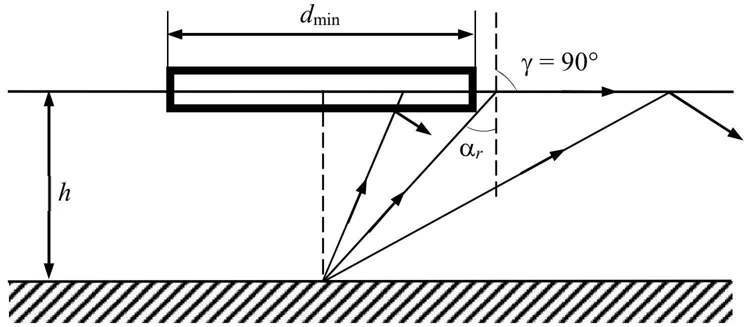
$$I = \frac{U}{R_{ab}} = \frac{15U}{7R} = \frac{15\cdot 14}{7\cdot 20} = 1{,}5\ \text{(A)}\,. \qquad \text{(1 taškas)}$$

Ats.: I = 1,5 A.

3. 3 m gylio ežero dugne yra taškinis šviesos šaltinis, o virš jo plūduriuoja apvalus plaustas, kurio centras yra tiesiai virš šaltinio. Kokiam mažiausiam plausto skersmeniui esant, virš ežero skraidančio malūnsparnio pilotas šviesos iš ežero dugno nematys? Vandens absoliutinis lūžio rodiklis lygus 1,33.

Sprendimas

Malūnsparnio pilotas šviesos šaltinio nematys, jei šaltinio skleidžiama šviesa vandens ir oro riboje patirs visiškąjį vidaus atspindį. Apskaičiuojame ribinį kampą α_r ir mažiausią plausto skersmenį d:



(4 taškai)

$$\frac{\sin\alpha_r}{\sin\gamma} = \frac{n_{oro}}{n_v};$$ (1) (2 taškai)

$$\sin\alpha_r = \frac{n_{oro}\cdot\sin\gamma}{n_v} = \frac{1}{n_v};$$ (2) (1 taškas)

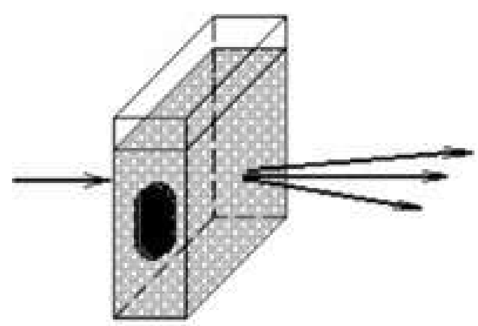
$$\alpha_r = \arcsin\frac{1}{n_v} = 48{,}8^\circ;$$ (3) (1 taškas)

$$\frac{d_{\min}/2}{h} = \mathrm{tg}\,\alpha;$$ (4) (1 taškas)

$$d_{\min} = 2h\,\mathrm{tg}\,\alpha \approx 6{,}84\text{ m}.$$ (1 taškas)

Ats.: $d_{\min} = 6{,}84\ m$.

4. Stačiakampio gretasienio formos kiuvetė yra pripildyta vandens. Prie vienos iš šoninių kiuvetės sienelių yra pritvirtintas pjezoelektrinis ultragarso šaltinis, skleidžiantis $f = 4{,}5$ MHz dažnio harmoninius virpesius. Nukreipus siaurą $\lambda = 0{,}66$ μm bangos ilgio šviesos pluoštelį į kiuvetę (žiūr. pav.), už jos $L = 9{,}0$ m atstumu esančiame ekrane matomos trys šviesios dėmelės. Atstumas tarp šių šviesių dėmelių yra $a = 3{,}6$ cm.
Remiantis pateiktais duomenimis apskaičiuokite garso greitį vandenyje.



Sprendimas
Prijungus ultragarso šaltinį prie kiuvetės, vandenyje susidaro stovinti garso banga, t.y. periodinė sutankėjimo ir praretėjimo sričių struktūra. Ši struktūra atlieka difrakcinės gardelės funkciją, kurioje vyksta šviesos

difrakcijos reiškinys. Difrakcinės gardelės (vandenyje susidariusios periodinės struktūros) periodas d bus lygus susidariusios stovinčios bangos pusbangiui:

$$d = \frac{\lambda_{garso}}{2} \quad (1)$$

(4 taškai)

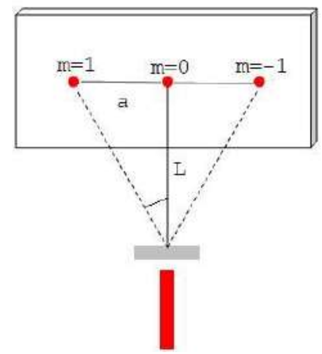
čia λ_{garso} – ultragarso šaltinio skleidžiamos garso bangos ilgis, kurį galime išreikšti:

$$\lambda_{garso} = \frac{v_{garso}}{f_{garso}} \quad (2)$$

(2 taškai)

Įvertinus (2) iš (1) gauname:

$$d = \frac{v_{garso}}{2f_{garso}} \quad (3)$$



2 pav.

Užrašome maksimumo sąlygą difrakcinei gardelei (kai šviesos kritimo kampas lygus 0):

$$d \sin\varphi = m\lambda_{šviesos} \quad (4)$$

čia φ – difrakcijos kampas, m – difrakcijos eilė. Be to, iš 2 pav. atsižvelgę į tai, jog a yra daug mažesnis už atstumą iki ekrano L, gauname, kad

$$\sin\varphi \approx \operatorname{tg}\varphi = \frac{a}{L}. \quad (5)$$

Iš (3), (4) ir (5) gauname:

$$\frac{a}{L} = \frac{\lambda_{šviesos}}{d} = \frac{\lambda_{šviesos} \cdot 2f_{garso}}{v_{garso}} \quad (6)$$

(2 taškai)

Tokiu būdu garso greitis:

$$v_{garso} = \frac{L \cdot \lambda_{šviesos} \cdot 2f_{garso}}{a} = \frac{9,0 \cdot 0,66 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 4,5 \cdot 10^{6}}{3,6 \cdot 10^{-2}} \approx 1,49 \cdot 10^{3} \text{ (m/s)} .$$

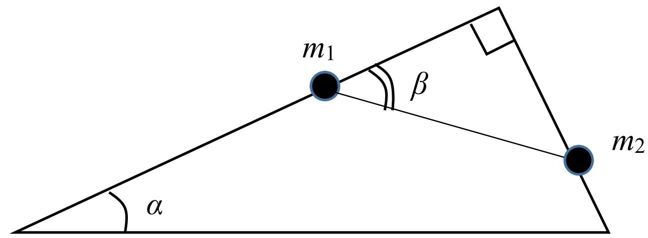
(2 taškai)

Ats.: $v_{garso} = 1,49 \cdot 10^{3}$ m/s

69-osios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados rajono–miesto turas (2021 m.)

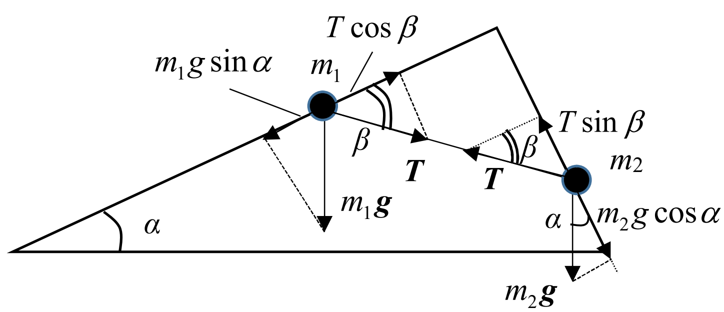
12 klasė (užduotys ir sprendimai)

1. Iš vielos sulenktas stataus trikampio formos rėmelis yra įtvirtintas vertikalioje plokštumoje (žiūr. pav.). Vienas iš trikampio smailų kampų lygus $\alpha = 30°$. Trikampio statiniais be trinties gali slankioti nedideli rutuliukai, kurie sujungti lengvu netąsiu siūlu. Rutuliukų masės $m_1 = 100$ g, $m_2 = 400$ g. 1) Kam lygi siūlo įtempimo jėga *T*, kai sistema pusiausvyroje? 2) Kam lygus tuomet kampas *β,* kurį siūlas sudaro su vienu iš trikampio statinių? 3) Ar ši pusiausvyra stabili? 4) Kokiam masių santykiui siūlas pusiausvyroje yra horizontalus?



Sprendimas

1) Brėžinys (paprastumo dėlei atramos reakcijos jėgas čia nepavaizduotos) (2 taškai)



Pusiausvyros atveju kiekvieną rutuliuką išilgai trikampio statinių veikia suminė jėga, lygi 0. Taigi,

$$\begin{cases} m_1 g\sin\alpha = T\cos\beta \\ m_2 g\cos\alpha = T\sin\beta \end{cases}$$ (3 taškai)

Šias lygtis pakėlę kvadratu ir sudėję gauname:

$$T^2(\sin^2\beta + \cos^2\beta) = g^2(m_1^2\sin^2\alpha + m_2^2\cos^2\alpha),$$ (1 taškas)

$$T = g\sqrt{(m_1^2\sin^2\alpha + m_2^2\cos^2\alpha)} = 10\sqrt{0{,}1^2\cdot\frac{1}{4} + 0{,}4^2\cdot\frac{3}{4}} = 3{,}5\ \text{(N)}$$ (1 taškas)

2) Iš lygčių sistemos, padalinę vieną lygtį iš kitos, randame:

$$\mathrm{tg}\beta = \frac{m_2}{m_1}\mathrm{ctg}\alpha = \frac{400}{100}\cdot\frac{1}{\mathrm{tg}30°} = 6{,}93,\ \text{t.y.}\ \beta \approx 82°.$$ (1 taškas)

3) Pusiausvyra stabili. Samprotauti galima taip. Panagrinėkime kraštines rutuliukų padėtis. Tegul rutuliukas m_1 yra stataus trikampio kampo viršūnėje. Tada jį išilgai statinio veikia tik sunkio jėgos dedamoji ($\beta = 90°$), ir rutuliukas judės žemyn. Jei priešingai, rutuliukas m_2 būtų viršūnėje ($\beta = 0°$), tuomet jį veiktų atitinkamo statinio kryptimi tik jo sunkio jėgos dedamoji, ir šis judėtų žemyn. Vadinasi, pusiausvyra bus tuomet, kai $0° < \beta < 90°$. Tai stabili pusiausvyra. Šis atvejis ir nagrinėjamas uždavinyje.

(1 taškas)

4) Jei siūlas horizontalus, tai $\beta = \alpha$. Tuomet iš gautos lygybės $\mathrm{tg}\beta = \frac{m_2}{m_1}\mathrm{ctg}\alpha$ randame.

$$\frac{m_2}{m_1} = \mathrm{tg}^2\,\alpha = \frac{1}{3}.$$ (1 taškas)

Ats.: $T = 3{,}5$ N; $\beta \approx 82°$; $m_2/m_1 = 1/3$.

2. Standumo k spyruoklė vienu galu pritvirtinta prie sienos, o kitu – prie masės M tašelio, padėto ant horizontalios lygios plokštumos. Tašelis išvedamas iš pusiausvyros padėties ir paleidžiamas svyruoti. Svyravimo amplitudė A_0. Vienu momentu tašeliui atsidūrus pusiausvyros taške ant tašelio nukrenta masės m plastilino gabalėlis ir prilimpa prie jo. Toliau tašelis svyruoja kartu su plastilino gabalėliu. 1) Kokia šių svyravimų amplitudė A_1? 2) Kiek išsiskiria šilumos, plastilinui prilimpant prie tašelio? Oro pasipriešinimo ir trinties nepaisykite.

Sprendimas

1) Harmoniniams svyravimams $x(t) = A\sin\omega t$. Tašelio (be plastilino) svyravimų atveju $A = A_0$, ciklinis dažnis $\omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}}$, o kai svyruoja tašelis su plastilinu, $A = A_1$, $\omega = \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{M+m}}$.

(2 taškai)

Tašeliui (be plastilino) kertant pusiausvyros tašką, jis pasiekia didžiausią greitį v_0. Greitis svyruojant tašeliui taip pat kinta harmoniškai, t.y. svyruojant vienam tašeliui

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = A_0\omega\cos\omega t = v_0\cos\omega t, \text{ t.y. } v_0 = A_0\omega$$ (2 taškai)

(šį rezultatą galima gauti ir iš energijos tvermės dėsnio). Prilimpant plastilinui tašelio (kartu su plastilinu) greitis sumažėja, tegul iki maksimalaus $v_1 < v_0$. Plastilino gabalėliui prilimpant prie tašelio galioja judesio kiekio tvermės dėsnis, t.y.

$$Mv_0 = (M+m)v_1.$$ (2 taškai)

Iš čia randame

$$MA_0\omega_0 = (M+m)A_1\omega_1\,,\; A_1 = A_0\frac{M\omega_0}{(M+m)\omega_1} = A_0\sqrt{\frac{M}{M+m}}\,. \qquad \text{(1 taškas)}$$

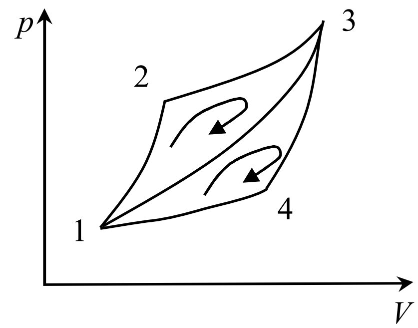
2) Pritaikome energijos tvermės dėsnį, kai plastilino gabalėlis prilimpa prie tašelio:

$\frac{kA_0^2}{2} = \frac{kA_1^2}{2} + Q$, čia Q – išsiskyrusios šilumos kiekis. (2 taškai)

Iš čia įrašę A_1 išraišką randame $Q = \frac{kA_0^2}{2}\cdot\frac{m}{M+m}$. (1 taškas)

Ats.: $A_1 = A_0\sqrt{\frac{M}{M+m}}$; $Q = \frac{kA_0^2}{2}\cdot\frac{m}{M+m}$.

3. Idealiose dujose vyksta 2 cikliniai procesai: 1-2-3-1 ir 1-3-4-1, pavaizduoti *p-V* koordinatėse paveiksle. 1-ojo proceso naudingo veikimo koeficientas lygus η_1, o antrojo η_2. Kam lygus ciklo 1-2-3-4-1 naudingo veikimo koeficientas η?



Sprendimas

Bet kurio ciklo naudingo veikimo koeficientas

$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$. Čia Q_1 ir Q_2 – dujų ciklo metu atitinkamai iš kaitintuvo gautas ir aušintuvui atiduotas šilumos kiekis. (2 taškai)

Proceso 1-2-3-1 metu darbinis kūnas (dujos) gauna šilumos kiekį procesų 1-2 ir 2-3 metu (tegul suminis gautas šilumos kiekis yra Q_1) ir atiduoda proceso 3-1 metu (tegul Q_2). Proceso 1-3-4-1 metu darbinis kūnas gauna šilumos kiekį proceso 1-3 metu (tai pagal dydį toks pat šilumos kiekis Q_2, tik jis gaunamas, o ne atiduodamas, kaip pirmu atveju) ir atiduoda procesų 3-4 ir 4-1 metu (tegul šis suminis šilumos kiekis yra Q_3). (2 taškai)

Taigi, 1-ojo ir 2-ojo ciklų naudingo veikimo koeficientai atitinkamai lygūs:

$\eta_1 = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ ir $\eta_2 = \frac{Q_2 - Q_3}{Q_2}$. (2 taškai)

Iš šių lygčių gauname $\frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \eta_1$, o $\frac{Q_3}{Q_2} = 1 - \eta_2$. (2 taškai)

Ciklo 1-2-3-4-1 naudingo veikimo koeficientas

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_3}{Q_1} = 1 - \frac{Q_3}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}\cdot\frac{Q_3}{Q_2} = 1 - (1-\eta_1)(1-\eta_2) = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1\eta_2 . \qquad \text{(2 taškai)}$$

Ats.: $\eta = 1 - (1-\eta_1)(1-\eta_2) = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1\eta_2$.

4. Trys metaliniai rutuliukai, kurių spinduliai r, $2r$ ir $3r$, buvo padėti dideliais atstumais vienas nuo kito ir įelektrinti atitinkamai krūviais $-3q$, $+2q$ ir $+q$. Pirmasis ir antrasis rutuliukai kuriam laikui yra sujungiami ilgu metaliniu laidu, po to laidas atjungiamas, ir yra analogiškai sujungiami antrasis ir trečiasis rutuliukai. Raskite, koks dabar pasidarė kiekvieno rutuliuko krūvis.

Sprendimas

Sujungus laidu pirmąjį ir antrąjį rutuliukus, jų krūviai persiskirsto tol, kol abiejų rutuliukų potencialai susilygina. Tegu nusistovėję krūviai yra q_1 ir q_{20}.

Iš krūvio tvermės dėsnio $q_1 + q_{20} = -3q + 2q = -q$ (1 taškas)

Be to, kadangi rutuliukų potencialai yra lygūs, gauname

$$\varphi_1 = k\frac{q_1}{r} = k\frac{q_{20}}{2r}, \qquad \text{(2 taškai)}$$

čia k – elektrinė konstanta. Išsprendę šių lygčių sistemą, nesunkiai randame

$$q_1 = -\tfrac{1}{3}q, \qquad q_{20} = -\tfrac{2}{3}q . \qquad \text{(2 taškai)}$$

Dabar sujungus laidu antrąjį ir trečiąjį rutuliukus, jų krūviai taip persiskirto. Tegu jie pasidaro lygūs q_2 ir q_3. Analogiškai turėsime:

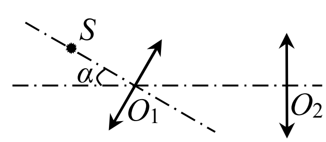
$$q_2 + q_3 = q_{20} + q = \tfrac{1}{3}q, \qquad \varphi_2 = k\frac{q_2}{2r} = k\frac{q_3}{3r}. \qquad \text{(3 taškai)}$$

Išsprendę šias lygtis, gauname:

$$q_2 = \tfrac{2}{15}q, \qquad q_3 = \tfrac{1}{5}q . \qquad \text{(2 taškai)}$$

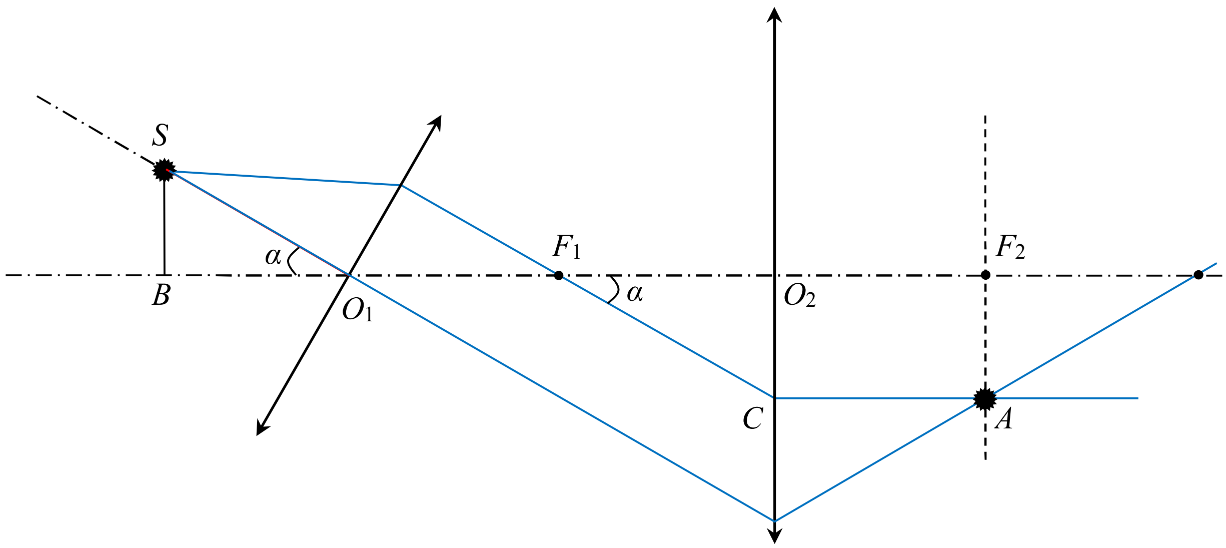
Ats.: $q_1 = -\tfrac{1}{3}q$, $q_2 = \tfrac{2}{15}q$, $q_3 = \tfrac{1}{5}q$.

5. Du vienodi ploni glaudžiamieji lęšiai, kurių židinio nuotoliai yra f, pastatyti atstumu $O_1O_2 = 2f$ vienas nuo kito taip, kad jų optinės ašys sudaro kampą $\alpha = 30°$, o antrojo lęšio optinė šis eina per pirmojo lęšio centrą. Pirmojo lęšio židinyje padedamas taškinis šviesos šaltinis S. Raskite atstumą tarp šio šviesos šaltinio ir kuriamo abiem lęšiais jo atvaizdo.



Sprendimas

Nubraižykime iš taško S dviejų išėjusių spindulių eigą: vieną pasirinkime išilgai pirmojo lęšio optinės ašies, o kitą – tokį, kad praėjęs pro pirmąjį lęšį jis kirstų atrojo lęšio židinį, taigi praėjęs pro antrąjį lęšį jis sklis lygiagrečiai jo optinei ašiai. Kadangi tarp lęšių abu spinduliai sklinda lygiagrečiai (jie išėjo iš pirmojo lęšio židinio), už antrojo lęšio jie susikirs antrojo lęšio židinio plokštumoje. Čia ir susidarys šviesos šaltinio atvaizdas A. (*Pastaba:* šį tašką galima rasti ir iš sąlygos, kad pirmasis šviesos spindulys, praėjęs pro pirmojo lęšio centrą, vėl kirs antrojo lęšio optinę ašį atstumu $2f$ nuo jo). (4 taškai)



Iš geometrijos nesunkiai randame atstumą tarp šaltinio ir jo atvaizdo horizontalia kryptimi $s = BF_2$:

$$BF_2 = f\cos\alpha + 2f + f = f\left(3+\cos\alpha\right) = f\left(3+\tfrac{\sqrt{3}}{2}\right).$$ (2 taškai)

Atstumas tarp šaltinio ir atvaizdo vertikalia kryptimi:

$$h = SB + F_2A = SB + O_2C = f\sin\alpha + f\,\mathrm{tg}\,\alpha = f\left(\tfrac{1}{2}+\tfrac{\sqrt{3}}{3}\right).$$ (2 taškai)

Iš čia ieškomas atstumas

$$SA = \sqrt{s^2+h^2} = f\sqrt{\left(3+\tfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\tfrac{1}{2}+\tfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = f\sqrt{\tfrac{31+10\sqrt{3}}{3}} \approx 4,0\,f\,.$$ (2 taškai)

Ats.: $SA \approx 4,0\,f$ **.**