68-osios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados rajono–miesto turas (2020 m.)

9 klasė (užduotys ir sprendimai)

1. Automobilis važiuoja greitkeliu pastoviu greičiu v_0. Kai laikrodis rodo laiką t_1 = 12 h 16 min, greitkelis baigiasi, ir automobilis pradeda važiuoti asfaltuotu keliu. Šiame kelyje automobilio greitis sumažėja n_1 = 1,4 karto. Nuvažiavus asfaltuotu keliu atstumą ℓ = 6 km, prasideda kelio remontas, dėl ko greitis sumažėja n_2 = 4,2 karto (lyginant su greičiu greitkelyje). Nuvažiavus dar atstumą ℓ, remontas baigiasi ir automobilis vėl išvažiuoja į greitkelį, kuriame juda pradiniu greičiu v_0. Išvažiuojant į greitkelį, laikrodis rodo laiką t_2 = 12 h 32 min. a) Kokiu greičiu v_0 važiuoja automobilis greitkelyje? b) Kokį laiką t rodo laikrodis, automobiliui įvažiuojant į remontuojamą kelio ruožą? c) Nubraižykite automobilio nuvažiuoto kelio priklausomybės nuo laiko grafiką, jam važiuojant asfaltuoto ir remontuojamo kelio ruožais.

Sprendimas

Pagal sąlygą greitis asfaltuotame kelyje: $v_1 = \dfrac{v_0}{n_1}$. (1) (1 taškas)

Remontuojamame kelyje: $v_2 = \dfrac{v_0}{n_2}$. (2) (1 taškas)

Atstumą 2ℓ automobilis nuvažiuoja per laiką $t_2 - t_1$:

$$t_2 - t_1 = \frac{l}{v_1} + \frac{l}{v_2}. \quad (3) \quad \text{(1 taškas)}$$

(1) ir (2) lygtis įrašę į (3), gauname: $v_0 = \dfrac{l(n_1 + n_2)}{t_2 - t_1}$. (1 taškas)

v_0 = 126 km/h. (1 taškas)

Įvažiuojant į remontuojamą kelio ruožą, laikrodis rodys laiką:

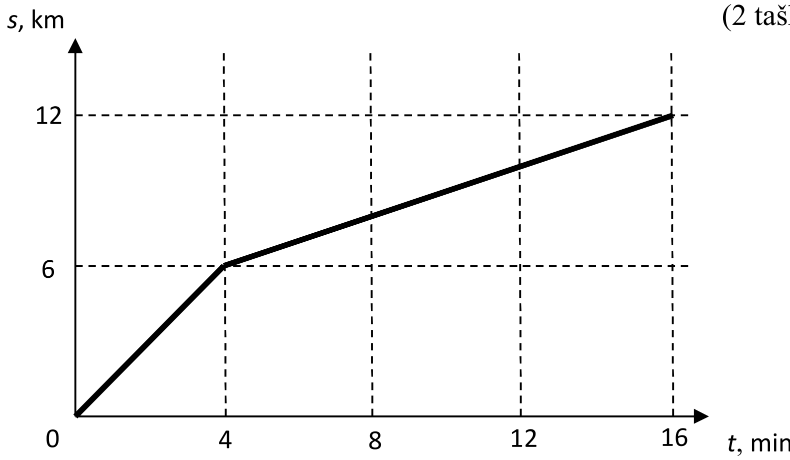
Įrašę į šią lygtį (1) lygtį ir v_0 vertę, gauname: $t = t_1 + \dfrac{l}{v_1}$. (1 taškas)

$$t = t_1 + \frac{n_1}{n_1 + n_2}(t_2 - t_1). \quad \text{(1 taškas)}$$

t = 12 h 20 min. (1 taškas)

Braižome kelio priklausomybės nuo laiko grafiką:

(2 taškai)



2. Į du vienodus indus iki viršaus pripilama to paties nežinomo skysčio. Į pirmąjį indą atsargiai įleidžiamas ρ_1 tankio kubas, o į antrąjį – ρ_2 tankio kubas. Antrojo kubo linijiniai matmenys du kartus didesni, nei pirmojo. Žinoma, kad abiem atvejais indo su skysčiu ir pilnai panirusiu kubu masės yra vienodos. Apskaičiuokite nežinomo skysčio tankį ρ_x.

Sprendimas

Tegul V_0 – pradinis skysčio tūris, V_1 – pirmojo kubo tūris, V_2 – antrojo kubo tūris.

Kadangi antrojo kubo linijiniai matmenys du kartus didesni, tai $V_2 = 8V_1$. (2 taškai)

Abiem atvejais bendros masės yra vienodos, todėl galima užrašyti:

$$\rho_1 V_1 + \rho_x(V_0 - V_1) = \rho_2 8V_1 + \rho_x(V_0 - 8V_1).$$ (5 taškai)

Iš čia gauname:

$$\rho_x = \frac{8\rho_2 - \rho_1}{7}.$$ (3 taškai)

3. Vienalytis strypas padėtas ant horizontalaus stalo taip, kad 1/4 jo ilgio dalis yra išlindusi už stalo krašto. Sunkiausias krovinys, kurį prikalbinus prie išlindusio strypo galo, strypas dar išlieka pusiausviras, yra m = 3 kg. Pastūmus strypą taip, kad už stalo krašto lieka išlindusi 1/12 strypo dalis, ant išlindusio galo pakabinamas m_1 = 2 kg masės, V = 15 ℓ tūrio kibiras. Kiek daugiausiai vandens galima įpilti į kibirą, kad strypas išliktų pusiausviras. Vandens tankis $\rho = 10^3$ kg/m^3.

Sprendimas

Tegul strypo ilgis ℓ, masė M.

Užrašome momentų taisyklę stalo krašto atžvilgiu:

$$\tfrac{1}{4}Mg\ell = \tfrac{1}{4}mg\ell. \qquad (1)$$ (3 taškai)

Apskaičiuokime, kokios masės krovinį m_x galima prikabinti prie strypo galo, pastūmus strypą.

Šiuo atveju momentų taisyklė stalo krašto atžvilgiu:

$$\frac{5}{12}Mg\ell = \frac{1}{12}m_x g\ell. \qquad (2)$$ (2 taškai)

Iš (1) ir (2) lygčių, gauname:

$$m_x = 5m. \qquad m_x = 15 \text{ kg}.$$ (2 taškai)

Vadinasi, strypo gale galima pakabinti 15 kg masės krovinį. Kadangi kibiro masė 2 kg, tai į kibirą galima įpilti m_v = 13 kg vandens (13 ℓ). (3 taškai)

4. Ruošiant V = 200 ℓ talpos vonią sumaišomas šaltas ir karštas vanduo, tuo pačiu metu tekantis iš dviejų vienodų čiaupų. Kokį tūrį šalto $V_š$ ir karšto V_k vandens reikia sumaišyti, kad vonioje būtų t = 54 °C temperatūros vanduo? Žinoma, kad jei šalto vandens čiaupas atidarytas 2/3 dalimi, o karšto vandens čiaupas 1/4 dalimi, tai vonioje esančio vandens temperatūra būtų t_1 = 30 °C. Jei čiaupai atidaryti atvirkščiai (šalto 1/4 dalimi, karšto 2/3 dalimi), tai vandens temperatūra vonioje t_2 = 60 °C. Šilumos nuostolių nepaisykite, šalto ir karšto vandens tankis ρ vienodas.

Sprendimas

Tegul pilnai atidarius čiaupą per laiko vienetą išbėga vandens masė m_0, o vonia užpildoma per laiką τ. Iš čiaupo bėgančio šalto vandens temperatūra $t_{š}$, karšto – t_k.

Tada pirmuoju atveju vonioje bus $m_{š1}$ šalto vandens masė ir m_{k1} karšto vandens masė.

Pagal šilumos balanso lygtį galime parašyti:

$$cm_{k1}(t_k - t_1) = cm_{š1}(t_1 - t_{š}) . \qquad (1)$$

(2 taškai)

Atsižvelgę į tai, kad $m_{š1} = \frac{2}{3}m_0\tau$, o $m_{k1} = \frac{1}{4}m_0\tau$, (1) lygtį galime perrašyti:

$$\frac{1}{4}(t_k - t_1) = \frac{2}{3}(t_1 - t_{š}) . \qquad (2)$$ (1 taškas)

Analogiškai antruoju atveju:

$$\frac{2}{3}(t_k - t_2) = \frac{1}{4}(t_2 - t_{š}) . \qquad (3)$$ (1 taškas)

Iš (2) ir (3) lygčių gauname:

$$t_k = \frac{8t_2 - 3t_1}{5} . \qquad (4)$$ (1 taškas)

$$t_{š} = \frac{8t_1 - 3t_2}{5} . \qquad (5)$$ (1 taškas)

Užpildant vonią norimos temperatūros vandeniu, šilumos balanso lygtį galime parašyti taip:

$$c\rho V_k(t_k - t) = c\rho V_{š}(t - t_{š})$$ (1 taškas)

arba:

$$V_k(t_k - t) = V_{š}(t - t_{š}) . \qquad (6)$$ (1 taškas)

Pagal sąlygą:

$$V_k = V - V_{š} . \qquad (7)$$

(7) lygtį įrašę į (6) ir atsižvelgę į (4) ir (5) lygtis, gauname:

$$V_{š} = V\frac{8t_2 - 3t_1 - 5t}{11(t_2 - t_1)}, \quad V_k = V\frac{3t_2 - 8t_1 + 5t}{11(t_2 - t_1)}$$ (1 taškas)

$t_{š} \approx 73$ ℓ, $\qquad t_k \approx 127$ ℓ. (1 taškas)