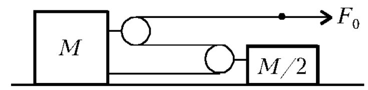
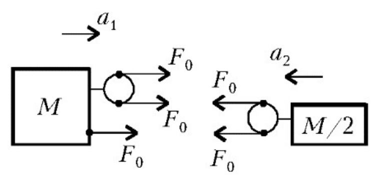
68-osios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados rajono–miesto turas (2020 m.)
11 klasė (užduotys ir sprendimai)

1. Du kūnai, kurių didesnio masė M = 1 kg, o antrojo perpus mažesnė, sujungti netampriu labai lengvu siūlu, kaip parodyta paveiksle. Šių kūnų sistema veikiant jėgai F_o = 1 N pradeda slysti stalo paviršiumi be trinties. Kokiu pagreičiu juda siūlo galas, kurį veikia jėga F_o? Trinties tarp siūlo ir skridinių paviršiaus bei skridinių masės nepaisyti.



Sprendimas

Siūlas bet kuriame taške įtemptas vienodai jėga F_o, todėl kūnus veikiančias jėgas galima pažymėti taip, kaip parodyta paveiksle. (2 taškai)



Tada sunkesnį kūną M veikianti jėgų atstojamoji F_1 lygi
$F_1 = 3\,F_o$ (1 taškas)
Šis kūnas juda pagreičiu
$$a_1 = \frac{F_1}{M} = \frac{3F_o}{M}$$ (1 taškas)
Antrąjį kūną veikia jėga $F_2 = 2\,F_o$. (1 taškas)
Antrasis kūnas juda pagreičiu a_2, tik į priešingą pusę:
$$a_2 = \frac{F_2}{\frac{1}{2}M} = \frac{4F_o}{M}$$ (1 taškas)
Siūlo galo judėjimą su kūnų judėjimu galima susieti taip: jei didesnįjį kūną paslenkame į dešinę 1 cm, tai atsipalaiduoja 3 cm siūlo, o siūlo galas (jėgos veikimo taškas) pasislenka per 3 cm į dešinę. Mažesnįjį paslinkus į kairę 1 cm atstumu, „atsipalaiduoja“ 2 cm siūlo, kuriuo pasislenka siūlo galas taip pat į dešinę.
Dėl to šiems kūnams judant pagreičiais a_1 ir a_2, siūlo galas judės pagreičiu
$$a = 3a_1 + 2a_2$$ (2 taškai)
arba
$$a = \frac{17F_o}{M}$$ (1 taškas)
Taigi, $a = 17$ m/s^2. (1 taškas)

2. Į cilindrinį indą įpilta vienoda masė gyvsidabrio ir vandens. Bendras dviejų skysčių sluoksnių storis $H = 29{,}2$ cm. Kokiu slėgiu skysčiai slegia indo dugną? Gyvsidabrio tankis $\rho_1 = 13{,}6\cdot10^3$ kg/m^3, vandens tankis $\rho_2 = 10^3$ kg/m^3.

Sprendimas.

Kadangi vandens tankis mažesnis, tai jo storio h_1 sluoksnis bus virš storio h_2 sluoksnio gyvsidabrio. (1 taškas, gali būti pateiktas brėžinys)

Pagal sąlygą šių sluoksnių storių suma lygi H:
$$H = h_1 + h_2 \qquad (1)$$ (1 taškas)

Tarkime, kad cilindro pagrindo plotas S, tada gyvsidabrio ir, atitinkamai, vandens masės cilindre yra

$m_1 = \rho_1 V_1 = \rho_1 S h_1$ ir $m_2 = \rho_2 V_2 = \rho_2 S h_2$ (2) (1 taškas)

Be to, pagal sąlygą

$m_1 = m_2$ (3) (1 taškas)

Išsprendę (1)–(3) lygčių sistemą, gauname skysčių aukščius:

$h_1 = \dfrac{H\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$ ir $h_2 = \dfrac{H\rho_1}{\rho_1 + \rho_2}$ (4) (2 taškai)

Slėgis, kurį kuria gyvsidabrio sluoksnis, lygus

$p_1 = \rho_1 g h_1 = gH \dfrac{\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$ (5) (1 taškas)

Vandens sluoksnio kuriamas slėgis lygus

$p_2 = \rho_2 g h_2 = gH \dfrac{\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$ (6) (1 taškas)

Galima pastebėti, kad tiek vandens, tiek gyvsidabrio sluoksnių kuriami hidrostatiniai slėgiai yra vienodi. Bendras skysčių slėgis į indo dugną lygus:

$p = 2gH \dfrac{\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$ (7) (1 taškas)

Taigi, $p \approx 5{,}3 \cdot 10^3$ Pa . (1 taškas)

3. Vandens šildytuvas, kurio tūris $V = 5 \cdot 10^{-2}$ m^3 yra pilnai užpildytas vandeniu. Žinoma, kad jo galia P = 3 kW, o naudingumo koeficientas η svyruoja nuo 73 % iki 77 %. Apskaičiuokite, kiek ilgiausiai t_{max} ir kiek trumpiausiai t_{min} gali trukti sušildyti vandenį nuo T_1 = 22 °C iki T_2 = 60 °C. Vandens savitoji šiluma c = 4,19 kJ/(kg·K).

Sprendimas.

Ieškomi dydžiai randami iš naudingumo koeficiento apibrėžimo:

$\eta = \dfrac{Q_n}{Q_s}$, kur Q_n – naudingas šilumos kiekis, o Q_s – sunaudotas šilumos kiekis. (1 taškas)

$Q_n = V \cdot \rho \cdot c \cdot \Delta T$, čia $\rho = 1000\,\text{kg/m}^3$ – vandens tankis; $\Delta T = T_2 - T_1$.

$Q_s = P \cdot t$.

Todėl, $\eta = \dfrac{V\rho c \Delta T}{Pt}$. Iš čia išreiškiame laiką $t = \dfrac{V\rho c\Delta T}{P\eta}$. (3 taškai)

Vandens šildymas ilgiausiai užtruks, kai η bus mažiausias, t.y. kai $\eta = \eta_{min}$ = 73 %.

$t_{max} = \dfrac{V\rho c\Delta T}{P\eta_{min}} = \dfrac{5 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3 \cdot 1000\,\text{kg/m}^3 \cdot 4{,}19 \cdot 10^3\ \text{J/(kg} \cdot \text{K)} \cdot 38\,\text{K}}{3 \cdot 10^3\ \text{W} \cdot 0{,}73} \approx 60{,}6\,\text{min}$ (3 taškai)

Vandens šildymas trumpiausiai užtruks, kai η bus didžiausias, t.y. kai $\eta = \eta_{max}$ = 77 %.

$t_{min} = \dfrac{V\rho c\Delta T}{P\eta_{max}} = \dfrac{5 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3 \cdot 1000\,\text{kg/m}^3 \cdot 4{,}19 \cdot 10^3\ \text{J/(kg} \cdot \text{K)} \cdot 38\,\text{K}}{3 \cdot 10^3\ \text{W} \cdot 0{,}77} = 57{,}4\,\text{min}$ (3 taškai)

Taigi, $t_{max} \approx 60{,}6$ min ; $t_{min} \approx 57{,}4$ min .

4. Elektronikos komponentų įmonė per parą pagamina tam tikrą skaičių ričių, kurių bendra masė m = 180 kg. Ritės susuktos iš volframo vielos (volframo tankis ρ = 19,3 g/cm^3, jo savitoji varža $\sigma = 5{,}5 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \mathrm{m}$) ir kartu sujungtos nuosekliai sudaro R = 1,8 kΩ varžą. 1) Koks yra bendras volframo vielos ilgis? 2) Koks yra volframo vielos pradinis skersmuo? 3) Nustatykite, kiek pakinta šių ričių bendra masė m ir bendra varža R sumažinus naudojamos vielos skersmenį dvigubai.

Sprendimas

1) Pagrindinė varžos skaičiavimo formulė:

$R = \sigma \dfrac{l}{S}$, čia l – bendras vielos ilgis, o S – jos skerspjūvio plotas. (1 taškas)

Kadangi nuosekliai jungiant atskiras rites jų varža sumuojasi, todėl laikome, kad bendra sunaudotos vielos varža ir yra R = 1,8 kΩ = 1800 Ω.

Žinome, kad $V = \dfrac{m}{\rho}$ ir $V = S \cdot l$, todėl $R = \dfrac{\sigma \cdot l^2 \cdot \rho}{m}$.

Iš čia $l = \sqrt{\dfrac{mR}{\rho\sigma}} = \sqrt{\dfrac{180\,\mathrm{kg} \cdot 1800\,\Omega}{5{,}5 \cdot 10^{-8}\,\Omega \cdot \mathrm{m} \cdot 19300\,\mathrm{kg/m^3}}} \approx 17500\ \mathrm{m}$. (2 taškai)

2) Įvedame atitinkamus parametrus prieš vielos skersmens sumažinimą: $m = m_1$, $d = d_1$ ir $R = R_1$ bei po skersmens sumažinimo: m_2, d_2, ir R_2.

Vielos skersmuo prieš sumažinimą:

$$d_1 = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{m_1}{\rho \cdot l \cdot \pi}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt[4]{\frac{m\sigma}{\rho R}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt[4]{\frac{180\,\mathrm{kg} \cdot 5{,}5 \cdot 10^{-8}\,\Omega \cdot \mathrm{m}}{19300\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 1800\,\Omega}} = 8{,}24 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m},$$

o po sumažinimo $d_2 = d_1 / 2 = 4{,}12 \cdot 10^{-4}$ m. (2 taškai)

3) Taigi, masės pokytis:

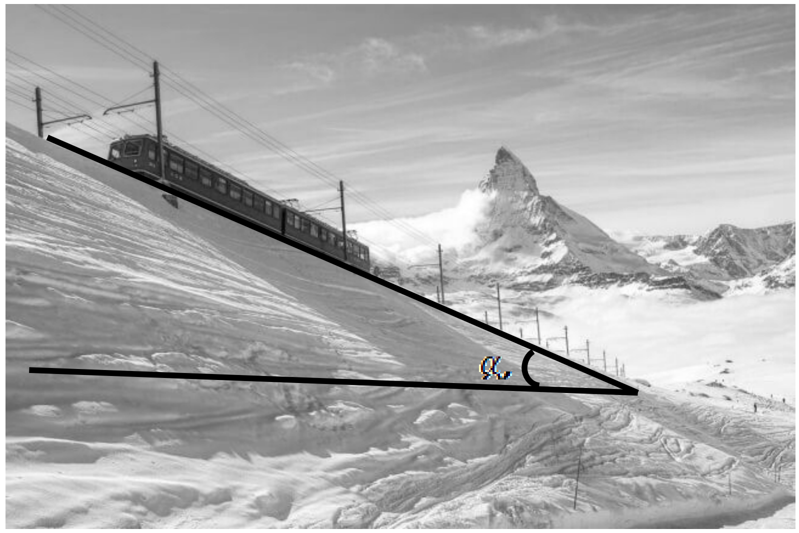
$$\Delta m = |m_1 - m_2| = \left|\pi \cdot \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 \cdot \rho \cdot l - \pi \cdot \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 \cdot \rho \cdot l\right| = \left|m - \frac{m}{4}\right| = |180\,\mathrm{kg} - 45\,\mathrm{kg}| = 135\,\mathrm{kg}.$$ (2 taškai)

Varžos pokytis:

$$\Delta R = |R_1 - R_2| = \left|R - \frac{\sigma \cdot l^2 \cdot \rho}{m_2}\right| = |R - 4R| = |1800\ \Omega - 7200\ \Omega| = 5400\ \Omega.$$ (2 taškai)

Taigi, $\Delta m = 135$ kg, ričių masė sumažėjo 4 kartus. $\Delta R = 5400\,\Omega$, bendra nuosekliai sujungtų ričių varža padidėjo 4 kartus. (1 taškas)

5. Elektriniam traukiniui judant horizontaliu paviršiumi pastoviu greičiu, traukinio varikliu teka $I_0 = 100$ A srovė. Traukinio variklio naudingumo koeficientas yra 90%. Judant šiam traukiniui tuo pačiu greičiu nuo kalno, srovės stipris variklyje yra lygus 0 A, t.y. variklis yra išjungiamas. Kokio stiprio elektros srovė tekės šio traukinio varikliu, jeigu jis tuo pačiu greičiu kyla į tą patį kalną?



Sprendimas:

Įtampą laiduose pažymime U. Kai traukinys juda horizontaliu paviršiumi, jo galia:

$N = I_0 U$. (1 taškas)

Traukinio variklio varžą pažymime R. Dėl varžos yra šiluminiai nuostoliai, kurie lygūs:

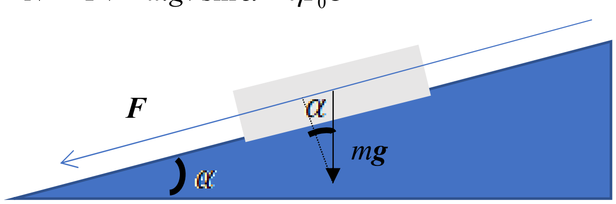
$N_n = I_0^2 R$. (1 taškas)

Naudingoji variklio galia:

$N' = I_0 U - I_0^2 R = \eta I_0 U$. (1) (1 taškas)

Jeigu traukinys juda pastoviu greičiu, tai variklio išvystoma naudingoji galia yra lygi visai pasipriešinimo jėgų galiai (oro pasipriešinimas, trintis ir t.t.).
Traukiniui leidžiantis nuo kalno, darbą atlieka sunkio jėga, kuri lygi $mg \sin\alpha$.
Tuomet traukinio galia

$N' = Fv = mgv \sin\alpha = \eta I_0 U$ (2 taškai)



Traukiniui kylant į kalną, jo varikliu teka stiprio I srovė. Tuomet kylant variklio visa galia: $N_1 = UI$. Kūnui judant tolygiai, ši galia prarandama dėl šilumos (I^2R), pasipriešinimo jėgoms ($\eta I_0 U$) ir sunkio jėgai nugalėti ($\eta I_0 U$), taigi,

$UI = I^2 R + 2\eta I_0 U$. (1 taškas)

Iš čia randame I:

$$I = I_0 \frac{U \pm \sqrt{U^2 - 8R\eta UI_0}}{2R}. \qquad (2) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Iš (1) apskaičiuojame R:

$$R = \frac{U}{I_0}(1-\eta).$$

Įrašę į (2), gauname:

$$I = I_0 \frac{1 \pm \sqrt{1 - 8\eta(1-\eta)}}{2(1-\eta)}. \qquad \text{(1 taškas)}$$

Atlikus skaičiavimus gauname dvi srovių vertes:

$I \approx 235\text{A}$ ir 765A . (1 taškas)

Atsižvelgiant į tai, kad varikliai daromi tokie, kurie suvartoja kuo mažiau energijos, tai srovė variklyje yra lygi 235A (1 taškas)