68-osios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados rajono–miesto turas (2020 m.)
10 klasė (užduotys ir sprendimai)

1. Sportininkai bėga tiesiu keliu greičiu v išsirikiavę vorele, kurios ilgis L. Tiesiai į juos tuo pačiu keliu greičiu u bėga treneris ($v > u$). Kiekvienas sportininkas iš vorelės jam tik susilyginus su treneriu, pasuka tokiu pačiu greičiu v atgal. 1) Koks bus vorelės ilgis l, kai visi sportininkai pasuks atgal? 2) Koks bus šis ilgis l', jei sportininkas iš vorelės jam tik susilyginus su treneriu, pradeda bėgti greičiu u, bet ta pačia kryptimi kaip iki susitikimo su treneriu?

Sprendimas

1) Jei persikeltume į sistemą, nejudamai surištą su treneriu, tai joje sportininkai į trenerį judėtų greičiu $(v+u)$. (2 taškai)
Tuomet laikas, kuris praeina nuo momento, kai pirmasis sportininkas susilygina su treneriu, iki momento, kai su treneriu susilygina paskutinis vorelės sportininkas, lygus

$$t = \frac{L}{v+u}. \qquad \text{(2 taškai)}$$

Minėtoje sistemoje po susitikimo su treneriu sportininkų vorelė trenerio atžvilgiu juda greičiu $(v-u)$. Tuomet visa vorelė pradės judėti atgal, jei per laiką t įveiks atstumą l (tai ir yra naujas vorelės ilgis), t. y.

$$l = \frac{v-u}{v+u} \cdot L. \qquad \text{(2 taškai)}$$

2) Šiuo atveju minėtoje sistemoje po susitikimo su treneriu sportininkų vorelė trenerio atžvilgiu juda greičiu $(u+u) = 2u$. (2 taškai)
Tuomet visa vorelė per laiką t įveiks atstumą l' (tai ir yra naujas vorelės ilgis antruoju atveju), t. y.

$$l' = \frac{2u}{v+u} \cdot L. \qquad \text{(2 taškai)}$$

2. Į kalorimetrą įpilama dviejų skirtingų temperatūrų skysčių. Išmatavus skysčių pradines ir nusistovėjusias temperatūras paaiškėjo, jog skirtumas tarp šiltesnio skysčio pradinės ir jų abiejų nusistovėjusios temperatūros yra 3 kartus mažesnis, nei abiejų skysčių pradinių temperatūrų skirtumas. Nustatykite į kalorimetrą įpiltų šiltesnio ir šaltesnio skysčių masių santykį m_1/m_2, jeigu jų savitosios šiluminės talpos yra c_1 ir c_2. Šilumos nuostolių nepaisykite

Sprendimas

Pažymėkime pradinę šiltesnio skysčio temperatūrą t_1, šaltesnio skysčio temperatūrą t_2 bei abiejų skysčių nusistovėjusią temperatūrą t. Iš sąlygos gauname:

$$t_1 - t_2 = 3(t_1 - t), \qquad \text{(1 taškas)}$$

iš čia išreiškiame nusistovėjusią temperatūrą:

$$t = \frac{2t_1 + t_2}{3}. \qquad \text{(2 taškai)}$$

Užrašę šiluminio balanso lygtį

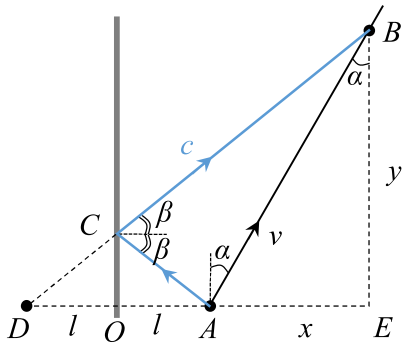
$$c_1 m_1 (t_1 - t) = c_2 m_2 (t - t_2), \qquad \text{(2 taškai)}$$

apskaičiuojame ieškomą masių santykį:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{c_2}{c_1}\frac{t-t_2}{t_1-t} = \frac{c_2}{c_1}\frac{\frac{1}{3}(2t_1+t_2-3t_2)}{\frac{1}{3}(3t_1-2t_1-t_2)} = \frac{c_2}{c_1}\frac{2(t_1-t_2)}{t_1-t_2} = 2\frac{c_2}{c_1}. \qquad \text{(5 taškai)}$$

3. Automobilis pastoviu greičiu *v* važiuoja tiesiu horizontaliu keliu toldamas nuo aukštos ilgos sienos, jo greičio kryptis sudaro α = 30° laipsnių kampą su sienos plokštuma. Būdamas atstumu *l* nuo sienos, vairuotojas paleidžia trumpą garso signalą. Po kiek laiko jis išgirs nuo sienos atsispindėjusį aidą, jeigu garso greitis ore lygus *c*?

Sprendimas



Nubraižome brėžinį: tegu vairuotojas paleidžia garso signalą taške *A*, o išgirsta aidą taške *B*. Tai reiškia, jog per laiką *t*, kol automobilis nuvažiuoja šį atstumą, garso banga nusklido link sienos, atsispindėjo nuo jos taške *C* taip, kad kritimo ir atspindžio kampai būtų tarpusavyje lygūs, ir toliau nusklido link taško *B*. (2 taškai)

Kadangi trikampiai *ACO* ir *DCO* yra lygūs, nagrinėdami garso sklidimą kelią *ACB* galime pakeisti tiesią to paties ilgio linija *DCB*. Tada *AB* = *vt*, *DB* = *ct*, ir stačiajam trikampiui *DEB* pritaikę Pitagoro teoremą galime užrašyti:

$$(ct)^2 = (2l + x)^2 + y^2 .$$ (2 taškai)

Pakėlę kvadratu bei atsižvelgę į tai, jog $x^2 + y^2 = AB^2 = (vt)^2$, (1 taškas)

o ilgis $x = AB \sin 30^\circ = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} vt$, (1 taškas)

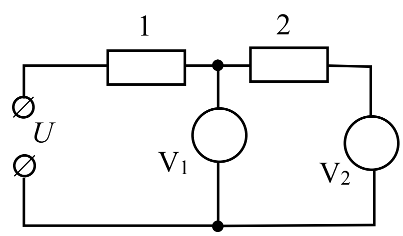
gauname: $c^2 t^2 = 4l^2 + v^2 t^2 + 2 \cdot 2l \cdot \frac{1}{2} vt$. Sutvarkę, gauname kvadratinę lygtį laikui *t:*

$$(c^2 - v^2)t^2 - 2lvt - 4l^2 = 0 .$$ (2 taškai)

Ši lygtis turi tik vieną teigiamą sprendinį:

$$t = \frac{lv + \sqrt{l^2 v^2 + 4l^2 (c^2 - v^2)}}{c^2 - v^2} = l \frac{v + \sqrt{4c^2 - 3v^2}}{c^2 - v^2} .$$ (2 taškai)

4. Grandinė, kurią sudaro du rezistoriai ir du voltmetrai V_1 ir V_2, prijungti prie įtampos $U = 10$ V šaltinio (žiūr. pav.). Tiek rezistorių, tiek voltmetrų varžos vienodos. Ką rodo voltmetrai V_1 ir V_2?



Sprendimas

Tegul kiekvieno grandinės elemento varža *R*, o voltmetrai V_1 ir V_2 rodo atitinkamai įtampąs U_1 ir U_2. (1 taškas)

Tada galima sudaryti 2 nepriklausomas lygtis grandinės dalims pritaikius Omo dėsnį, pvz.:

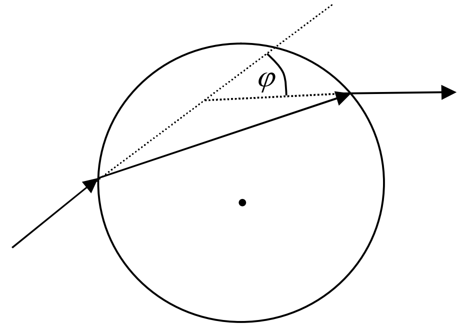
$$\begin{cases} U = \left(\frac{U_1}{R} + \frac{U_1}{2R} \right) R + U_1 \\ U_1 = U_2 + \frac{U_2}{R} R \end{cases}$$ (5 taškai)

Galimi ir kiti lygčių variantai.
Išsprendę lygčių sistemą randame:

$$U_1 = \frac{2}{5} U = 4 \text{ V} ,$$ (2 taškai)

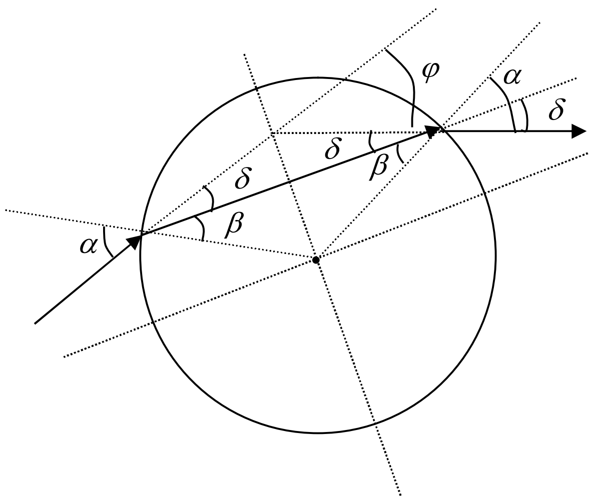
$$U_2 = \frac{1}{5} U = 2 \text{ V} ,$$ (2 taškai)

5. Lygiagrečių spindulių pluoštas krenta į stiklinį rutulį (žiūr. pav.). Spinduliai, patyrę lūžį du kartus (įeidami į rutulį ir išeidami iš jo) nukrypsta nuo pradinės sklidimo krypties kampu φ (pav. parodytas tik vienas pluošto spindulys). Didžiausia šio pluošto spindulio atsilenkimo kampo vertė 100°. Koks rutulio stiklo lūžio rodiklis *n*?



Sprendimas

Braižome brėžinį bendru atveju, kai kritimo į rutulio paviršių (liestinę plokštumą taške) kampas $\alpha \leq 90°$. (2 taškai)



Didžiausia α vertė yra $\alpha_d = 90°$ (tuomet ir atsilenkimo kampas didžiausias). (1 taškas)

Lūždamas pirmą kartą, spindulys nukrypsta nuo pradinės krypties kampu δ, o lūždamas antrą kartą – vėl tokiu pat kampu δ. Taigi, galiausiai spindulys nukrypsta nuo pradinės krypties kampu $\varphi = 2\delta$. (2 taškai)

Iš brėžinio matyti, kad $\delta = \alpha - \beta$ (čia β – lūžio kampas). (1 taškas)

Be to, $n = \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ (Snelijaus dėsnis). (1 taškas)

Tada, kai $\alpha = 90°$, $\varphi = 2(\alpha - \beta) = 2(90° - \beta)$. Iš čia $\beta = 90° - \dfrac{\varphi}{2}$. (1 taškas)

Iš Snelijaus dėsnio, kai $\alpha = 90°$, randame:

$$n = \frac{1}{\sin\beta} = \frac{1}{\sin\left(90° - \frac{\varphi}{2}\right)} = \frac{1}{\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)} = \frac{1}{\cos\left(\frac{100°}{2}\right)} \approx 1{,}56.$$ (2 taškai)